Vol. 7, No. 1 Maret 2013
Hal. 1-26

ISSN: 1978-3116
JURNAL
EKONOMI & BISNIS
Tahun 2007

IMPLEMENTASI *EFFICIENT FRONTIER* DALAM OPTIMISASI PORTOFOLIO: STUDI KASUS SAHAM LQ-45

Rowland Bismark Fernando Pasaribu
Universitas Gunadarma
E-mail: rowland.pasaribu@gmail.com
Dionysia Kowanda
Universitas Gunadarma

ABSTRACT

Traditionally, risky assets and riskless asset are treated as two distinct classes. Observing the Indonesian liquid stock with very close maturity dates, we view riskless asset as its natural limit. This unifying viewpoint is not only theoretically appealing, but also practically important. The purpose of research are to recapitulate the single-period results of Markowitz and Sharpe in the context of iso-elastic utility, and formally derive the solution to the unconstrained optimization problem and examine the mathematical properties of the resulting efficient frontier and efficient portfolios. This work relieves the burden of constructing efficient frontiers in asset allocation problems. More important, removing the restriction posed by the efficient frontiers, it allows for much better asset allocation decisions than the traditional methods.

Keywords: iso-elastic utility, efficient frontier, Jensen alpha, Treynor index, Sharpe index

JEL Classification: G12, G14, G17

PENDAHULUAN

Pada dekade yang lalu, para investor telah tertarik untuk menemukan kombinasi optimal pada saham yang diinvestasikan yang dapat meminimalkan risiko dan memaksimalkan tingkat pengembalian profit. Sebahagian besar para peneliti pada manajemen portofolio dalam tiga puluh tahun terakhir ini telah berkonsentrasi dalam metode untuk mengimplementasikan teori dasar. Hanya baru-baru ini saja terjadi beberapa terobosan dalam implementasi dan kontribusi ini membantu teori portofolio diaplikasikan untuk manajemen portofolio yang nyata.

Pada sejumlah penelitian terdahulu, juga telah dipertimbangkan secara ekstensif perihal optimisasi portofolio dengan menggunakan beragam model indeks dan model kelompok. Setiap indeks membentuk suatu asumsi mengenai kenapa saham berkovarian secara simultan sedemikian rupa untuk mensimplifikasi input ke dalam permasalahan pemilihan portofolio. Setiap model mengarah kepada pemeringkatan saham yang unik, yaitu kalau saham masuk ke dalam portofolio optimal, maka saham yang memiliki peringkat yang lebih tinggi juga harus dimasukkan ke dalam pembentukkan portofolio optimal. Selanjutnya, perbedaan model menghasilkan kinerja yang juga berbeda dalam hal ramalan korelasi, *fitting* dalam data historis, dan akurasi prediksi. Oleh karena itu, penyeleksian model adalah menarik karena terdapat beragam model dalam mereduksi dan menyederhanakan input yang diperlukan untuk menghasilkan analisis portofolio dan peningkatan akurasi dengan korelasi dan kovarian yang dapat diprediksi.

Metode pemilihan portofolio tradisional secara umum telah diterima karena metode ini menggabungkan ide pada teorema ekspektasi utilitas. Pemilihan portofolio dengan melihat kinerja *mean* dan *varian*-nya adalah tindakan yang sangat logis. Untuk menghasilkan dan meningkatkan algoritma metode pemilihan portofolio klasik, para peneliti telah banyak mengusahakan pendekatan alternatif untuk membuat metode pemilihan portofolio lebih baik yang dapat mempertimbangkan setiap elemen atau kriteria yang memungkinkan dalam meningkatkan tingkat pengembalian dan menekan risiko, tetapi permasalahannya adalah banyak model penelitian terdahulu yang terbentuk terlalu teoritis dengan sejumlah asumsi yang seringkali sulit diaplikasikan secara riil.

Beberapa penelitian mencoba menggunakan pendekatan algoritma-genetika (selanjutnya disingkat AG) dalam tahapan keputusan investasi. Penelitian Taufiq dan Rostianingsih (2005) misalnya, mereka menggunakan pendekatan AG ini untuk optimasi pemilihan portofolio saham dalam model markowitz dengan cara merepresentasikannya sebagai kumpulan portofolio yang efisien. GA merepresentasikan kumpulan yang efisien ini dengan menggunakan representasi tidak langsung untuk menghindari solusi yang tidak *feasible* dan fungsi penalti. Kajian selanjutnya adalah penelitiannya Mulyadi (2011) yang mengimplementasikan pendekatan AG ini untuk optimasi alokasi portofolio saham. Hasil penelitian menunjukkan bahwa kinerja pasar modal Indonesia yang dilihat dari kinerja Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) pada kurun waktu Januari 2004 sampai Desember 2010 mengalami pergerakan yang cukup fluktuatif. Hasil penelitiannya menyatakan bahwa *genetic algorithm* (GA) dapat digunakan sebagai alat bantu dalam penyusunan portofolio saham secara optimal. Alokasi portofolio saham dengan menggunakan metode GA adaptif dapat menghasilkan total keuntungan tertinggi dibandingkan dengan menggunakan metode Indeks Pasar maupun metode Bobot Sama. Usaha lainnya dalam menyikapi permasalahan kompleksitas pemilihan portofolio dilakukan oleh Fahmiari dan Santosa (2012). Mereka menyatakan bahwa Permasalahan kompleks pemilihan portofolio merupakan permasalahan pemilihan kombinasi asset dan penentuan sejumlah modal ke dalam aset tersebut dengan tujuan meminimalkan risiko pada tingkat return tertentu dan mempertimbangkan konstrain-konstrain yang dihadapi oleh investor di dunia nyata. Mereka menggunakan evolusi diferensial sebagai alternatif penyelesaian, yang merupakan salah satu algoritma evolusioner yang memiliki performansi lebih baik daripada algoritma evolusioner yang lain seperti *genetic algorithm* (GA). Hasil penelitiannya menunjukkan parameter crossover mana yang baik digunakan pada *differential evolution* untuk permasalahan kompleks pemilihan portofolio baik dari segi waktu komputasi maupun solusi yang dihasilkan.

Usaha kreatif lainnya adalah hasil studinya Fauziah dan Subekti (2012). Studi yang dilakukan mereka menggunakan metode optimasi portofolio Minimax yang bertujuan meminimumkan risiko maksimum dari individual aset yang terdapat dalam portofolio, sehingga diharapkan jika risiko individual asetnya kecil, maka risiko portofolio juga akan kecil. Adapun waktu yang digunakan dalam metode minimax pada penelitian mereka hanya satu periode aset tunggal, tidak ada biaya transaksi, semua aset berisiko, preferensi investor hanya didasarkan pada ekspektasi tingkat pengembalian dan risiko, serta tidak diperbolehkan *short selling*. Dalam hal keputusan transaksi studi yang dilakukan Febrian (2009) menggunakan model biaya linear perihal eksekusi optimal transaksi portofolio. Dalam penelitiannya asumsi-asumsi yang digunakan dalam pemodelan yang dibentuk adalah: Faktor-faktor yang mempengaruhi transaksi portofolio diantaranya risiko volatilitas dan biaya transaksi. Transaksi portofolio bertujuan untuk menghasilkan aliran pendapatan di masa depan baik dividen maupun capital gain, dan aliran pendapatan diperoleh dengan menghasilkan portofolio optimal yaitu mencari strategi perdagangan yang memiliki risiko minimum. Portofolio optimal dapat dibentuk dengan cara meminimumkan fungsi biaya yang terdiri atas kombinasi risiko volatilitas dan peningkatan biaya transaksi yang berasal dari dampak pasar permanen dan temporer atau secara umum meminimumkan biaya implementasi shortfall. Dari sejumlah penelitian terdahulu diatas, yang terdekat dengan penelitian ini adalah studi yang dilakukan oleh Febrian (2009), yakni latar belakang paradigma model biaya linear, meski pada pembahasan selanjutnya sangat banyak perbedaan dalam hal penggunaan dalil dan lemma guna memformulasikan konsep batasan efisien.

Sampai dengan saat ini di Indonesia, konsep batasan efisien atau *efficient frontier* (EF) belum tersosialisasi secara optimal penggunaannya di kalangan *stakeholder* investasi (khususnya saham). Sementara di kalangan akademis, konsep EF yang dominan adalah model indeks tunggal dengan parameter *Excess Return Beta* (ERB)-nya dalam hal alokasi dana pada saham yang diidentifikasi sebagai pembentuk portofolio. Fakta lainnya, budaya investasi di Indonesia terutama instrumen saham memang mayoritas baru sampai pada level spekulasi dan bukan investasi dalam artian sebenarnya sehingga wajar jika alat analisis EF ini juga sangat minim untuk dioptimalkan penggunaannya. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk merekapitulasi hasil periode tunggal Markowitz (2006) dan Sharpe (2004) dalam kerangka kerja utilitas iso-elastik dan menghasilkan solusi terhadap permasalahan optimisasi non-kendala untuk diaplikasikan pada portofolio saham LQ-45 di Bursa Efek Indonesia (BEI).

MATERI DAN METODE PENELITIAN

Penyelesaian umum permasalahan optimisasi alokasi aset portofolio non-kendala saat pilihan yang ada secara simultan tersedia adalah kombinasi linier jumlah aset tertentu. Solusi untuk kasus yang paling sederhana pada satu risiko aset plus aset bebas risiko adalah trivial. Penyelesaian untuk permasalahan umum sedikit lebih kompleks tetapi tetap dengan ide umum yang sama. Pertama, menderivasi persamaan untuk risiko dan tingkat pengembalian portofolio sebagai suatu fungsi proporsi aset dalam portofolio, ekspektasi tingkat pengembalian aset, dan kovarian berpasangan aset. Selanjutnya, perumusan masalah dalam terminologi maksimisasi fungsi proporsi aset yang diukur dengan koefisien aversi risiko relatif. Penelitian ini menggunakan multiplier *Langrange* untuk menyelesaikan kendala anggaran yang mengatakan bahwa jumah proporsi aset harus sama dengan satu. Selanjutnya, menyelesaikan permasalahan transformasi maksimisasi yang dihasilkan dengan mengambil derivatif parsial dan menetapkannya sama dengan nol, serta menyelesaikan hasil sejumlah persamaan linier simultan. Misalnya:

n = jumlah aset
w_i = proporsi portfolio yang diinvestasikan dalam aset i, 1< i <n.
w = vektor kolom pada proporsi wi;
á$_i$ = ekspektasi *instaneous* tingkat pengambalian aset i, 1< i < n
x = vektor kolom pada ekspektasi *return* á$_i$
ñ$_{i,j}$ = kovarian aset i dengan aset j, 1< i < n dan 1< j <n
V = matrik kovarian $n\ x\ n$ dari p$_{i,j}$
á$_P$ = ekspektasi *instaneous* tingkat pengambalian portofolio
ó$_P$ = instaneous standar deviasi portfolio
A = koefisien iso-elastik aversi risiko relatif.

Dengan mengasumsikan terjadi kontinuitas penyeimbangan ulang, portofolio mengikuti lognormal *random-walk* dengan fungsi linier *áñ = ù'x* ; *ó²ñ = ù'Vw*. Mengacu pada teorema pilihan portofolio, permasalahan dimaksud adalah untuk maksimisasi *f(w)* dimana

$$
\begin{aligned}
f(w) &= \alpha_P - 0.5A\sigma_P^2 \\
&= w'x - 0.5Aw'Vw \\
&= w_i\alpha_i - 0.5A\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j}
\end{aligned}
$$

$\hat{f}$ subjek terhadap kendala anggaran:. $\sum_{i=1}^{n} wi = 1$ dimana untuk menyikapinya digunakan multiplier *Langrange*, λ dan fungsi objektif baru tanpa kendala $\hat{f}$ dengan:

$$\hat{f} = f(w) + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} wi) \qquad (1.1)$$

$$= w'x - 0.5Aw'Vw + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} w_i) \qquad (1.2)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} w_i\alpha_i - 0.5A\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j} + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} w_i) \qquad (1.3)$$

Untuk menyelesaikan permasalahan, diambil derivasi parsial n+1 pada dan menetapkannya sama dengan nol. Dengan mengambil derivasi parsial terkait dengan w_i, paling mudah adalah dengan menotasikan penjumlahan dimaksud secara lengkap:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j} =$$

$$w_1 w_1 \rho_{1,1} + \cdots + w_1 w_i \rho_{1,i} + \cdots + w_1 w_n \rho_{1,n} +$$
$$w_2 w_1 \rho_{2,1} + \cdots + w_2 w_i \rho_{2,i} + \cdots + w_1 w_n \rho_{1,n} +$$
$$\cdots$$
$$w_i w_1 \rho_{i1} + \cdots + w_i w_i \rho_{i,i} + \cdots + w_i w_n \rho_{1,n} +$$
$$w_n w_1 \rho_{n,1} + \cdots + w_n w_i \rho_{n,i} + \cdots + w_n w_n \rho_{n,n}$$

Terminologi yang melibatkan ω_i adalah numerikal dalam kolom *i* dan baris *i*, jadi derivasi parsial pada seluruh terminologi lainnya adalah nol. Terminologi pada interseksi kolom *i* dan baris *i* melibatkan ω^2_i sementara yang lainnya linier dalam ω_i. Maka derivasi parsial pada penjumlahan ganda pada ω_i:

$$2\rho_i w_i + \sum_{i=1}^{n} \rho_{i,i} w_i + \sum_{i=1}^{n} \rho_{i,i} w_i = 2\sum_{i=1}^{n} \rho_{i,i} w_i$$

Dengan demikian maka derivasi parsial n+1 pada $\hat{f}$ dapat diambil dan menetapkannya sama dengan nol:

$$\partial\hat{f} / \partial w_i = \alpha_i - A\sum_{i=1}^{n} \rho_{i,i} w_i - \lambda = 0 \quad (untuk\, 1 \le i \le n) \qquad (1.4)$$

$$\partial\hat{f} / \partial \lambda = 1 - A\sum_{i=1}^{n} w_i = 0 \qquad (1.5)$$

Dan menulis ulang persamaan ini:

$$\sum_{j=1}^{n} \rho_{i,j} w_j + \lambda / A = \alpha_i / A \quad (untuk\, 1 \le i \le n) \qquad (1.6)$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_i = 1 \qquad (1.7)$$

Ini adalah kumpulan persamaan linier n+1 dalam n+1 yang tidak diketahui, tapi dapat diselesaikan dengan menggunakan aljabar linier. Berikut adalah penjelasan vektor dan matrik:

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} \rho_{1,1} \cdots \rho_{1,n} & 1 \\ \vdots \quad\quad \vdots & \vdots \\ \rho_{n,1} \cdots \rho_{n,n} & 1 \\ 1 \cdots 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \vdots \\ \omega_n \\ \lambda / A \end{pmatrix} \quad \hat{x} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \\ 0 \end{pmatrix} \quad \hat{y} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Maka persamaan (1.6) dan (1.7) menjadi:

$$\hat{V}\,\hat{w} = \frac{1}{A}\hat{x} + \hat{y} \qquad (1.8)$$

Matrik adalah matrik kovarian V untuk tingkat pengembalian aset yang lebih baik dengan menambahkan baris dan kolom ektra guna mengakomodir multiplier *Lagrange*. V disebut matrik kovarian yang ditingkatkan. Penelitian ini mengasumsi-kan untuk sementara bahwa matrik V non-singular dan karenanya memiliki inversi.

$$\hat{c} = \hat{V}^{-1}\hat{x} \qquad (1.9)$$
$$\hat{d} = \hat{V}^{-1}\hat{y} \qquad (1.10)$$

dan penyelesaiannya:

$$\hat{w} = \frac{1}{A}\hat{c} + \hat{d} \qquad (1.11)$$

Dimana vektor kolom dan hanya tergantung pada ekspektasi tingkat pengembalian dan kovarian aset dan merupakan independen terhadap koefisien aversi risiko relatif, A. Setiap proporsi aset optimal adalah:

$$w_i = \frac{1}{A}c_i + d_i \qquad (1.12)$$

Untuk infinitif, investor aversi-risiko dengan $A = \infty$, penyelesaiannya menjadi sederhana, $w_i = d_i$, dan menghasilkan portofolio yang memiliki varian minimum. Tanda c_i menentukan apakah investor lainnya (dengan $A = \infty$) memiliki lebih banyak atau sedikit dibanding d_i yang diinvestasikan pada aset *i*, dan apakah investor menjadi semakin bersikap risiko aversif atas kenaikan ($c_i < 0$) atau penurunan ($c_i > 0$) proporsi aset *i*.

Solusi vektor pada persamaan (1.11) adalah titik kritikal pada fungsi objektif *f* yang ditingkatkan (seluruh derivatif parsial f adalah nol). Penelitian ini mengasumsikan bahwa element n pertama pada vektor $w_1 \ldots w_n$; hal ini, juga merupakan solusi terhadap permasalahan alami untuk maksimisasi fungsi f subjek terhadap kendala anggaran. Berikut adalah buktinya. Jika w = elemen n pertama pada solusi vektor dalam persamaan (1.11); $w = w_i = \frac{1}{A} c_i + d_i$ Elemen terakhir pada solusi vektor dalam persamaan (1.11) memberikan solusi untuk multiplier *Langrange* λ :

$$w_{n+1} = \frac{\lambda}{A} = \frac{1}{A} c_{n+1} + d_{n+1}$$
$$\lambda = c_{n+1} + A d_{n+1}$$

Dimana untuk vektor pada bobot aset v, penjelasan fungsi $g(v)$ adalah sebagai berikut:

$$g(v) = f(v, \lambda) = f(v) + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} v_i) \qquad (1.13)$$

dan g adalah fungsi pada n variabel $vi \ldots vn$, dimana λ adalah konstan. Dengan memiliki λ yang konstan, maka telah dilakukan reduksi dimensi vektor ruang yang dimulai dari $n+1$ dan kembali lagi ke bawah kepada n. Tujuan utamanya adalah pembuktian bahwa w secara simultan memaksimalkan g. Maka penghitungan derivasi pertama dari g:

$$\partial g / \partial v_i = \partial \hat{f} / \partial v_i = \alpha_i - A \sum_{i=1}^{n} \rho_{i,j} v_j - \lambda \qquad (1.14)$$

Solusi vektor w adalah titik kritikal g dimana seluruh derivasi parsial pertama adalah :
0: $\partial g / \partial v_i (w) = 0 \quad untuk\, seluruh\, i$. Permasalahan yang dihadapi yakni bahwa titik kritikal w tidak harus merupakan simultanitas maksimum. Titik tersebut bisa saja merupakan titik maksimum atau minimum tingkat parsial. Karenanya perlu dilakukan pembuktian terhadap hal tersebut. Maka derivasi parsial kedua dari g:

$$\partial^2 g / \partial v_i \partial v_j = -A_i \rho_{i,j} \qquad (1.15)$$

Matrik *Hessian g* dijelaskan sebagai *H(g)* = matrik $n \times n$ pada seluruh derivasi parsial kedua g. Persamaan 1.15 menunjukkan bahwa :

$$H(g) = -AV \qquad (1.16)$$

dimana V adalah matrik kovarian.

Menarik mengetahui bahwa *H(g)* adalah matrik yang konstan dan independen pada vektor v. Ini adalah konsekuensi fakta bahwa fungsi objektif adalah kudratik dalam variabel keputusan. Observasi penting yang diperlukan pada titik ini yakni matrik kovarian V adalah semi-definitif positif. Ini berarti untuk setiap vektor $v \neq 0$, kita memiliki $u'Vv \geq 0$. Oleh karena V adalah semi-definitif positif, serta koefisien risiko aversi relatif $A>0$, dengan persamaan (1.16), maka matrik *Hessian H(g)* haruslah semi-definitif negatif yang berarti untuk setiap vektor $v \neq 0$, memiliki $v'H(g)v \geq 0$. Selanjutnya, dilakukan pembuktian bahwa solusi vektor w memaksimalkan fungsi g. Diketahui bahwa $v \neq w$ menjadi vektor bobot aset lainnya. Harus ditunjukkan bahwa $g(v) \leq g(w)$.

Biarkan $p(t)$ menjadi alur garis lurus yang menghubungkan dua titik (w dan v) yang dijelaskan secara parametrik oleh persamaan berikut: $(pt) = w+t(v-w)$; dimana $p(0) = w$ dan $p(1) = v$. Penelitian ini bermaksud menjelaskan perilaku fungsi g sepanjang jalur dari w ke v. Tujuannya adalah menunjukkan bahwa g tidak meningkat sepanjang jalur dari w ke v. Selanjutnya, penelitian ini juga menjelaskan fungsi berikutnya $h(t)$ untuk nilai g sepanjang jalur: $h(t) = g(p(t))$. Oleh karena memiliki $h(0) = g(w)$ dan $h(1) = g(v)$, maka tujuannya untuk membuktikan bahwa $h(1) \leq h(0)$. Dengan kaidah berantai, maka derivasi pertama h adalah:

$$g(v) = f(v) + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} v_i) \qquad (1.17)$$

Karena $p(0) = w$ dan merupakan titik kritikal pada g, kita memiliki $h'(0) = 0$. Aplikasi kedua pada kaidah berantai menghitung derivatif kedua dari h:

$$\begin{aligned} h''(t) &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial^2 g}{\partial v_i \partial v_j} (p(t))(v_i - w_i)(v_j - w_{j}) \\ &= (v-w)' H(g)(v-w) \\ &= (v-w)' H(g)(v-w) \\ &\leq 0 \; karena H(g)\; adalah \\ semi &- definitif\; negatif\; dan v \neq w \end{aligned}$$

h'(0)=0 dan h'(t) ≤ 0 untuk seluruh t, jadi harus memiliki h'(t) ≤ 0 untuk seluruh t ≥ 0.
Ini pada gilirannya menyiratkan bahwa *ht ≤ h(0)* untuk seluruh *t ≥ 0*. Secara khusus, *g(v) = h(1)≤ h(0) = g(w)*, dan memiliki hasil; bahwa solusi vektor *w* memang secara simultan memaksimalkan fungsi *g*. Dengan demikian, mengacu pada persamaan 1.13, fungsi *g* saat ini:

$$g(v) = f(v) + \lambda(1 - \sum_{i=1}^{n} v_i) \qquad (1.17)$$

dengan mempertimbangkan garis L yang dijelaskan oleh kendala anggaran: $\sum_{i=1}^{n} v_i = 1$.

Solusi vektor *w* adalah dalam garis ini, $w \in L$. Telah ditunjukkan bahwa *w* secara simultan memaksimalkan fungsi *g*. Sepanjang garis *L* yang dijelaskan oleh kendala anggaran, persamaan 1.17 menunjukkan bahwa *f* dan *g* adalah sama:

g(w) adalah nilai maksimum yang dicapai oleh fungsi *g* sepanjang garis *L*, jadi *f*(*w*) = *g(w)* harus menjadi nilai maksimum yang dicapai oleh fungsi *f* sepanjang garis *L*. Dengan kata lain, *w* memaksimalkan *f* dengan subjek terhadap kendala anggaran.

Setelah membahas bagaimana menemukan alokasi aset optimal non-kendala untuk koefisien iso-elastis pada aversi risiko relatif, *A*, solusi terhadap permasalahan adalah sejumlah bobot portofolio w_i. Dengan diketahuinya bobot risiko, maka dapat dihitung risiko-portofolio σ_p dan ekspektasi tingkat pengembalian α_p portofolio optimal. Ketika membiarkan kisaran A atas ruang lingkupnya (0,∞), pasangan nilai yang dihasilkan (σ_p, α_p) melacak ke luar kurva batas efisien yang secara konvensional digambarkan oleh σ_p pada sumbu X dan α_p pada sumbu Y. Solusi umum untuk permasalahan optimisasi non-kendala menjelaskan kurva ini secara parametris sebagai fungsi A. Pada sub-bab ini akan dipaparkan kaidah matematika kurva EF.

$$\sum_{i=1}^{n} c_i = 0 \; dan \sum_{i=1}^{n} d_i = 1$$

Bukti:
Diketahui bahwa: , maka:
Lemma 1.1:

$$1 = \sum_{i=1}^{n} w_i \qquad (oleh\ kendala\ anggaran)$$

$$= \frac{1}{A}\sum_{i=1}^{n} c_i + \sum_{i=1}^{n} d_i$$

Persamaan ini ditujukan untuk seluruh A, jadi persamaan ini adalah untuk A = ∞, yang membuktikan bahwa $\sum_{i=1}^{n} d_i = 1$ yang pada gilirannya berimplikasi bahwa harus memiliki $\sum_{i=1}^{n} c_i = 0$.

Lemma 1.2 Misalkan *V* adalah matrik kovarian n x n ρ_{ij} untuk sejumlah variabel acak $X_1 ... X_n$. Kemudian *V* adalah semidefinitif positif, yakni untuk kolom vektor z pada nilai $z_1.......z_n$, memiliki: $\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} z_i z_j \rho_{i,j} = z'V\,z \geq 0$

Bukti: $z'V\,z = Var(\sum_{i=1}^{n} ziXi) \geq 0$

Lemma 1.3 $c_i\alpha_i = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_i c_j \rho_{i,j} \geq 0.$

Bukti:

$$f(v) = g(v) \quad untuk\ seluruh\ v \in L$$

$$c_i\alpha_i = (c_1 \cdots c_n \quad c_{n+1})\begin{bmatrix}\alpha_1\\ \vdots\\ \alpha_n\\ 0\end{bmatrix}$$

$$= \hat{c}'\hat{x}$$

$$= \hat{c}'\hat{V}\,\hat{c} \qquad (karena\ \hat{c}'\hat{V}^{-1}\hat{x},\ jadi\ \hat{V}\,\hat{c} = \hat{x})$$

$$= (c_1 \cdots c_n \quad c_{n+1})\begin{pmatrix}\rho_{1,1}\cdots & \rho_{1,n} & 1\\ \vdots & \vdots & \vdots\\ \rho_{n,1} \;\cdots & \rho_{n,n} & 1\\ 1 \;\cdots & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{bmatrix}c_1\\ \vdots\\ c_n\\ c_{n+1}\end{bmatrix}$$

$$= (\sum_{i=1}^{n} c_i\rho_{i,1} + c_{n+1} \cdots \sum_{i=1}^{n} c_i\rho_{i,n} + c_{n+1} \quad \sum_{i=1}^{n} c_i)\begin{bmatrix}c_1\\ \vdots\\ c_n\\ c_{n+1}\end{bmatrix}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} c_j \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,j} + c_{n+1} \right) + c_{n+1} \sum_{i=1}^{n} c_i$$

$$= \sum_{j=1}^{n} c_j \sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,j} + c_{n+1} \sum_{j=1}^{n} c_j + c_{n+1} \sum_{i=1}^{n} c_i$$

$$= \sum_{j=1}^{n} c_j \sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,j}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i c_j \rho_{i,j}$$

$$\geq 0$$

Lemma 1.4 $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i d_j \rho_{i,j} = 0.$

Bukti:

$$\hat{c}'\hat{V}\hat{d} = \hat{c}'\hat{V}(\hat{V} - 1\hat{y}) \quad (karena\ \ \hat{d} = \hat{V}^{-1}\hat{y})$$

$$= \hat{c}'\hat{y}$$

$$= (c_1 \cdots c_n \quad c_{n+1}) \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= c_{n+1}$$

$$\hat{c}'\hat{V}\hat{d} = (c_1 \cdots c_n \quad c_{n+1}) \begin{pmatrix} \rho_{1,1} & \cdots & \rho_{1,n} & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{n,1} & \cdots & \rho_{n,n} & 1 \\ 1 & \cdots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$= \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,1} + c_{n+1} \cdots \sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,n} + c_{n+1} \quad \sum_{i=1}^{n} c_i \right) \begin{bmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \\ d_{n+1} \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{j=1}^{n} d_j \left(\sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,j} + c_{n+1} \right) + d_{n+1} \sum_{i=1}^{n} c_i$$

$$= \sum_{j=1}^{n} d_j \sum_{i=1}^{n} c_i \rho_{i,j} + c_{n+1} \sum_{j=1}^{n} d_j + d_{n+1} \sum_{i=1}^{n} c_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i d_j \rho_{i,j} + c_{n+1}$$

Tujuan selanjutnya adalah kalkulasi beberapa persamaan dan derivasi yang dapat menggambarkan simpulan mengenai bentuk dan properti EF.

Diketahui bahwa:

$$w_i = 1/A\,(c_i + d_i); \quad B = 1/A$$

A, adalah koefisien aversi-risiko relatif, jadi dapat dianggap bahwa *B* sebagai koefisien toleransi aversi-risiko. Maka persamaannya kemudian menjadi . Pertama hasilkan persamaan untuk á$_p$ dan ó$_p$ sebagai fungsi B:

$$\sigma_P = \sum_{i=1}^{n} w_i \alpha_i$$

$$= \sum_{i=1}^{n} (Bc_i + d_i)\alpha_i$$

$$= B\sum_{i=1}^{n} c_i \alpha_i + \sum_{i=1}^{n} d_i \alpha_i$$

$$\sigma^2{}_P = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} w_i w_j \rho_{i,j}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (Bc_i + d_i)(Bc_i + d_j)\rho_{i,j}$$

$$= B^2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i c_j \rho_{i,j} + B \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i d_j \rho_{i,j} + B \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_j d_i \rho_{i,j} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i d_j \rho_{i,j}$$

$$= B^2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i c_j \rho_{i,j} + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i d_j \rho_{i,j}$$

Diketahui:

$$k = c_i + \alpha_i \quad = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} c_i c_j \rho_{i,j}$$

$$\alpha_{\min} = \sum_{i=1}^{n} d_i \alpha_i$$

$$\sigma^2_{\min} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i d_j \rho_{i,j} \geq 0$$

$$\sigma^2_{\min} = \sqrt{\sigma^2_{\min}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_i d_j \rho_{i,j}}$$

maka:

$$\alpha_P = kB + \alpha_{\min}$$
$$\sigma_P^2 = kB^2 + \sigma_{\min}^2$$
$$\sigma_P = \sqrt{kB^2 + \sigma_{\min}^2} = (kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{0.5}$$

Tingkat perubahan mengacu σ_P^2 pada B^2 adalah sama dengan tingkat perubahan σ_p terkait dengan B. Karenanya jika k = 0 maka akan diperoleh degenerasi solusi dimana batasan efisien adalah titik tunggal, ($\sigma_{\min}$, $\alpha_{\min}$). Hal ini hanya dapat terjadi kalau seluruh ekspektasi *return* α_i adalah sama. Kalau $\sigma_{\min} = 0$ akan diperoleh: $\sigma_P = \sqrt{kB}$
dimana baik α_p dan σ_p adalah linier dalam B, dan EF adalah garis lurus. Varian minimum portofolio untuk B = 0 adalah bebas risiko.
Derivasi pertama adalah:

$$\partial\alpha_P / \partial B = k \geq 0$$
$$\partial\sigma_P / \partial B = kB(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{-0.5} \geq 0$$

Diasumsikan penelitian ini tidak memiliki kasus degenerasi, jadi $k > 0$ dan EF adalah kurva yang dijelaskan untuk seluruh $\sigma_P > \sigma_{min}$, sehingga dapat dihitung derivasi pertama σ_P terhadap $ó_{P}$:

$$\begin{aligned} \partial\alpha_P / \partial B &= \frac{\partial\alpha_P}{\partial B} / \frac{\partial\sigma_P}{dB} \\ &= \frac{k}{kB(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{-0.5}} \\ &= \frac{1}{B}(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{-0.5} \\ &= (k + \sigma_{\min}^2 B^{-2})^{0.5} \\ &= (k + \sigma_{\min}^2 A^2)^{0.5} > 0 \end{aligned}$$

HASIL PENELITIAN

Berdasarkan persamaan tersebut dapat dikatakan bahwa α_p adalah meningkatkan fungsi σ_P. Sebagaimana risiko portofolio optimal meningkat maka demikian juga halnya dengan tingkat pengembalian portofolio. Pada waktu portofolio telah di diversifikasi secara optimal, maka cara untuk memperoleh ekspektasi tingkat pengembalian yang lebih tinggi adalah dengan mengambil risiko yang lebih besar dan hal sebaliknya dalam konteks merendahkan risiko, konsekuensinya adalah mengorbankan ekspektasi tingkat pengembalian.

Pada waktu varian minimum portofolio yang berhubungan dengan $A = \infty$ maka derivasinya juga ∞ dan garis tangen terhadap EF pada titik ini adalah vertikal. Untuk nilai-nilai besar pada A yang mendekati varian minimum portofolio, koefisien *slope* juga akan menghasilkan nilai yang besar. Ini berarti bahwa investor konservatif memperoleh kenaikan yang cukup besar secara relatif dalam ekspektasi tingkat pengembalian untuk mengambil sejumlah kecil risiko tambahan. Fluktuasi dana investasi akan semakin agresif pada batas akhir konservatif. Sebaliknya untuk nilai A yang semakin kecil, EF akan semakin jauh ke atas, dimana nilai *slope* semakin kecil. Batas dimana dana investasi akan berubah menjadi semakin konservatif berada pada kisaran batas yang semakin agresif. Pengaruh ini tidak terbatas atau dilafalkan sebagai rekannya pada batas akhir konservatif, sejak *slope* yang terbentuk ke bawah oleh $\sqrt{k}$. Dengan mengasumsikan non-degenerasi dengan $k > 0$, akan dihitung derivasi kedua pada α_P sehubungan dengan σ_P:

$$\frac{\partial}{dB}\frac{\partial\alpha_P}{\partial\sigma_P} = -\sigma_{\min}^2 B^{-3}(k + \sigma_{\min}^2 B^{-2})^{-0.5}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2\alpha_P}{\partial\sigma^2{}_P} &= \frac{\frac{\partial}{dB}\frac{\partial\alpha_P}{\partial\sigma_P}}{\frac{\partial\sigma_P}{\partial B}} \\ &= \frac{\sigma_{\min}^2 B^{-3}(k + \sigma_{\min}^2 B^{-2})^{-0.5}}{kB(kB^2\sigma_{\min}^2)^{-0.5}} \\ &= \frac{\sigma_{\min}^2 B^{-3}(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{0.5}}{kB(k + \sigma_{\min}^2 B^{-2})^{0.5}} \\ &= \frac{\sigma_{\min}^2 B^{-3}(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{0.5}}{k(kB^2 + \sigma_{\min}^2)^{0.5}} \\ &= \frac{\sigma_{\min}^2}{k}\frac{1}{B^3} \\ &= \frac{\sigma_{\min}^2}{k}A^3 \leq 0 \end{aligned}$$

Derivasi kedua adalah 0 hanya dan jika $\sigma_{\min} = 0$ pada kasus dimana portofolio bebas risiko dengan varian 0 dan EF adalah garis lurus. Pada seluruh kasus lainnya, derivasi kedua adalah negatif dan EF berbentuk cekung. Untuk nilai besar *A* yang mendekati varian minimum portofolio, derivasi kedua memiliki nilai negatif yang besar dimana *slope* menurun secara cepat. Ini adalah kurva bentuk khusus pada ujung barat daya batasan tersebut. Sebagaimana *A* --> 0 *slope* menurun lebih lambat dan tingkat perubahan *slope* mendekati 0. Berdasarkan persamaan untuk derivasi pertama dapat dilihat bahwa slope mendekati $\sqrt{k}$ secara terbatas. Untuk nilai (σ_p, α_p) yang diketahui pada EF yang berhubungan terhadap koefisien toleransi risiko B, diasumsikan y_p = intersep Y pada garis lurus yang berlanjut melalui titik dan memiliki slope = $\sqrt{k}$. Maka:

$$\begin{aligned} y_p &= \alpha_p - \sqrt{k\sigma_p} \\ &= kB + \alpha_{\min} - \sqrt{k}\,\sqrt{kB^2 + \sigma^2_{\min}} \\ &= \alpha_{\min} + \left(kB - \sqrt{kB^2 + \sigma^2_{\min}}\right) \end{aligned}$$

Penjelasan y adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} y &= \lim_{B\to\infty} y_p \\ &= \alpha_{\min} + \lim_{B\to\infty}\left(kB - \sqrt{k^2B^2 + k\sigma^2_{\min}}\right) \\ &= \alpha_{\min} + \lim_{B\to\infty} -\left(\frac{k\sigma^2_{\min}}{kB + \sqrt{k^2B^2 + k\sigma^2_{\min}}}\right) \\ &= \alpha_{\min} + 0 \\ &= \alpha_{\min} \end{aligned}$$

Karenanya sebagaimana *A* --> 0 dan *B* --> ∞ . batasan efisien secara asymptotik mendekati dari bawah garis lurus dengan *slope* $\sqrt{k}$ dan *Y* intersep $\alpha_{\min}$. Dengan mempertimbangkan solusi umum terhadap permasalahan optimisasi non-kendala, maka nilai vektor ekspetasi *return x* dan matrik kovarian *V* yang diketahui adalah konstan. Dengan nilai yang diketahui untuk koefisien risiko aversif relatif *A*, kita mengetahui bagaimana menghitung alokasi aset optimal *w* dan risiko σ_p dan tingkat pengembalian á$_p$ untuk portofolio optimal *P* yang diketahui. Jika salah satu proporsi aset w_i diketahui, selesaikan persamaan berikut untuk *A*, dan kemudian kalkulasi seluruh variabel lainnya:

$$w_i = \frac{1}{A}c_i + d_i \; ; \; A = \frac{c_i}{w_i - d_i}$$

Jika ekspektasi *return* α_p diketahui, selesaikan persamaan berikut untuk *A* dan kemudian kalkulasi seluruh variabel lainnya:

$$\alpha_p = \frac{1}{A}k + \alpha_{\min} \; ; \; A = \frac{k}{\sigma_p - \alpha_{\min}}$$

Jika risiko σ_p diketahui, selesaikan persamaan berikut untuk *A* dan kemudian kalkulasi seluruh variabel lainnya:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{A^2}k + \sigma^2_{\min} \; ; \; A = \sqrt{\frac{k}{\sigma_p^2 - \sigma^2_{\min}}}$$

Dalam hal ini kita juga dapat menggambarkan α_p secara langsung sebagai fungsi σ_p (dan *vice versa*) pada kasus dimana diinginkan persamaan non-parametrik:

$$\begin{aligned} \alpha_p &= \frac{1}{A}k + \sigma^2_{\min} = k\sqrt{\frac{\sigma_p^2 - \sigma^2_{\min}}{k}} + \alpha_{\min} \\ &= \sqrt{k(\sigma_p^2 - \sigma^2_{\min})} + \alpha_{\min} \end{aligned}$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{(\alpha_p - \alpha_{\min})^2}{k} + \sigma^2_{\min}}$$

$$\frac{\sigma_p^2}{\sigma^2_{\min}} - \frac{(\alpha_p - \alpha_{\min})^2}{k\sigma^2_{\min}} = 1$$

Persamaan ini adalah bentuk standar untuk hiperbola yang berpusat pada (0, $\alpha_{\min}$). Dengan demikian telah dihasilkan model EF yang mempertimbangkan investor dengan utilitas iso-elastik.

Uji empiris model batasan efisien (EF) menggunakan data ekspektasi tingkat pengembalian dan risiko saham serta informasi korelasi antar saham pembentuk portofolio yang telah diketahui nilainya. Karenanya perlu dilakukan kalkulasi terhadap ketiga informasi tersebut. Adapun data historis yang digunakan sebagai periode penelitian adalah data harian saham yang tergabung dalam LQ-45 periode Januari 2007-Maret 2008. Perhitungan ekspektasi tingkat pengembaliandan risiko saham serta korelasi tingkat pengembalian antarsaham mengacu pada konsep CAPM. Selanjutnya, dalam rangka minimalisir bias risiko sistematis dan untuk evaluasi portofolio-saham yang terbentuk, maka dilakukan penyesuaian terhadap beta saham individual.

Relevansi portofolio saham yang terbentuk dilakukan dengan menggunakan alat ukur Indeks-Sharpe, Indeks-Treynor, dan Jensen-Alpha. Berikut adalah penjelasan ketiga alat ukur tersebut. Treynor Index (*Reward to Volatility Ratio*) mengemukakan bahwa resiko terdiri dari dua komponen yaitu risiko yang timbul akibat fluktuasi pasar dan risiko yang muncul dari fluktuasi unik sekuritas individual dari suatu portofolio. Selanjutnya mengasumsikan bahwa portofolio terdiversifikasi dengan optimum, karenanya risiko unik sekuritas individual dapat diabaikan. Melalui asumsi ini, Treynor mengukur kinerja portofolio berdasarkan risiko sistematis atau beta yang merupakan risiko fluktuatif relatif terhadap risiko pasar. Pengukuran dengan metode Treynor diformulasikan sebagai berikut:

Treynor Indeks = (Erp – Rf) / âp.

ER(p) : *Expected Return* Portfolio
Rf : *Risk Free Rate*
Âp : Beta Portfolio

Semakin tinggi nilai positif rasio Treynor, makin baik kinerja portfolio.

Jensen-Alpha (*Differential Return Measure*) pertama kali memperkenalkan metode ini dalam mengukur kinerja investasi Reksa Dana pada tahun 1968. Metode Jensen mengukur kinerja investasi suatu portofolio yang didasarkan atas pengembangan CAPM. Perhitungan dengan metode Jensen diformulasikan sebagai berikut:

áñ = (Rp – Rf) – [âp(Rm – Rf)]

áñ : Jensen Alpha
Rp : *Return* Portofolio
Rf : Risk Free Rate
Âp : Beta Portofolio

Simulasi EF pada penelitian adalah portfolio yang dibentuk oleh 3 dan 4 saham.

PEMBAHASAN

Rata-rata *return* saham selama periode penelitian saham memang masih rendah (di bawah 1% per hari). Saham dengan rata-rata *return* tertinggi diberikan oleh TINS (0,95% per hari). Sementara pada urutan kedua adalah saham BRPT dengan *return* rata-rata sebesar 0,88% per hari. Di samping itu, juga diketahui sejumlah empat saham memberikan *return* negatif (-0,19% s/d -0,03% per hari). Efek krisis global yang memuncak pada periode tersebut rupanya memang sangat berimbas negatif terhadap fluktuasi *return* saham-saham terlikuid di Indonesia ini. Saham-saham industri perbankan misalnya hanya memberikan *return* dengan kisaran 0,02%-0,16% per hari, sementara saham kelompok BUMN juga tidak jauh berbeda (0,05%-0,17% per hari).

Sementara dari sisi risiko, terdapat empat saham yang memiliki risiko di atas 5% per hari, dengan tingkat risiko tertinggi diberikan oleh saham BRPT (6,41%) per hari, selanjutnya adalah ANTM (6,32%), ASGR (6,09%) dan BMTR (5,92%). Ini berarti, keempat saham tersebut sangat dinamis dengan fluktuasi perubahan harga saham berkisar 5,92% - 6,41% per hari. Saham dengan tingkat volatilitas tinggi (apabila dibanding *return*nya) tentu sangat menarik bagi investor yang *risk-taker*, sebaliknya bagi investor yang moderat terhadap risiko agar memilih saham dengan risiko di bawah 5% per hari. Pada rentang ini terdapat beberapa saham populer yang dapat dijadikan instrumen investasi, misalnya MEDC (3,11%), AALI (2,77%), ISAT (2,65%), dan ASII (2,52%) per hari. Bagi investor yang *risk-aversion* dapat memilih beberapa saham dengan tingkat risiko terendah seperti KLBF (1,78%), TLKM dan BBCA (2,01%), serta LSIP (2,19%). Dengan gambaran *return* dan risiko saham yang ada, model EF dicoba diaplikasikan untuk membentuk portofolio yang terdiri dari 3 dan 4 saham.

Model EF mengasumsikan bahwa ekspektasi *return* dan risiko, serta tingkat korelasi antarsaham telah diketahui. Pada penelitian ini pembentukkan portofolio saham dilakukan mengacu pada saham-saham dengan kriteria tingkat risiko terendah (model ini tidak memiliki kriteria tertentu untuk saham pembentuk portofolio), sehingga berdasarkan kriteria ini terbentuk 15 portofolio saham. Berdasarkan Tabel 2 panel B diperoleh kriteria alokasi dana terbaik dari setiap portofolio yang terbentuk. Untuk portofolio pertama misalnya (KLBF-TLKM-BBCA), portofolio saham yang terbentuk memberikan tingkat pengembalian 0,05% dan risiko sebesar 1,5% per hari di mana tingkat risiko tertinggi adalah 2,01% dengan kisaran risiko sebesar 0,51%. Risiko portofolio yang terbentuk memang mereduksi atau di bawah dari tingkat risiko saham pembentuk. Berdasarkan model EF juga diperoleh kisaran alokasi dana untuk saham pembentuk portofolio masing-masing saham KLBF (50,65%), TLKM (32,81%), dan BBCA (16,54%) per hari jika hendak menghasilkan portofolio yang efisien. Berdasarkan skenario 3 saham berisiko rendah ini diperoleh dua portofolio yang cukup reliabel dilihat kaitannya terhadap komparasi *return* dan *risk*, yaitu portofolio I, saham UNTR-ASII-ISAT(á$_p$=0,24%, ó$_p$=1,88%) dan portofolio II saham AALI-PNLF-BLTA (á$_p$=0,26%, ó$_p$=2,15%). Alokasi dana pada portofolio I, saham UNTR (34,22%), ASII (32,45%), dan ISAT (33,33%), sementara alokasi dana pada portofolio II, saham AALI (38,09%), PNLF (32,36%), dan BLTA (29,54%).

Dengan kerangka kerja yang sama seperti pada portofolio tiga saham, maka berikut adalah hasil untuk portofolio empat saham (Tabel 3 Panel B). Diasumsikan manajer investasi menggunakan metode populer dalam menyusun portofolio empat saham ini sehingga kurang begitu memperhatikan risiko saham individual. Berdasarkan duabelas portofolio yang terbentuk terdapat dua portofolio yang menarik, yaitu portofolio I, saham MEDC-UNSP-BUMI-CMNP dan portofolio II, saham BBCA-BUMI-ANTM-BRPT. Portofolio I memiliki ekspektasi *return* 0,42% dan risiko 2,35% per hari, sementara portofolio II memiliki ekspektasi *return* 0,29% dan risiko 1,92% per hari. Untuk portofolio I alokasi aset yang diusulkan EF adalah MEDC (26,61%),UNSP (31,55%), BUMI (22,72%), dan CMNP sebesar 19,12%. sementara untuk alokasi aset pada portofolio II, saham BCA (80,7%), BUMI (14,44%), ANTM (1,16%), dan BRPT (3,69%). Berdasarkan hasil empiris juga diperoleh keterangan bahwa risiko maksimum untuk portofolio I adalah 3,87% dengan estimasi kisaran fluktuasi yang terjadi sebesar 1,52% per hari. Untuk portofolio II, risiko maksimum sebesar 6,41% dengan rentang fluktuasi 4,5%. Bagi *risk-taker* portofolio II lebih menarik, sementara bagi *risk-aversion* portofolio I mungkin cukup moderat. Demikian seterusnya untuk portofolio lainnya.

Sebelum dilakukan evaluasi kinerja portofolio, terlebih dahulu dilakukan penyesuaian terhadap koefisien beta saham individual yang nantinya akan digunakan untuk kalkulasi beta portofolio. Asumsi lainnya, penggunaan nilai rata-rata Sertifikat Bank Indonesia (SBI) 1 bulanan selama periode penelitian (9,25%). Adapun hasil perhitungan penyesuaian beta saham individual yang telah dikoreksi dengan metode *Scholes-Williams*, *Dimson*, dan *Fowler-Rorke* untuk data *return* saham yang sudah berdistribusi normal dengan cara transformasi dan *trimming*; memilih menggunakan metode *Fowler-Rorke* pada periode 3 *lag* dan 1 *lead* karena nilainya yang paling mendekati 1 (0,9089).

Berdasarkan hasil evaluasi kinerja terhadap portofolio (3 dan 4 saham) diperoleh hasil berdasarkan kriteria *Treynor-Index*, selama periode penelitian kinerja portofolio belum maksimal (ditunjukkan dengan indeks portofolio yang masih negatif). Untuk tahun 2007, tidak satupun portofolio memiliki indeks positif. Hal ini berarti ekspektasi tingkat pengembalian portofolio masih lebih kecil dibanding *risk free rate* sehingga apabila dilakukan komparasi antara risiko fluktuatif relatif terhadap risiko pasar menghasilkan nilai indeks yang negatif. Dengan pendekatan Jensen-Alpha, kinerja portofolio dilihat dari nilai alpha, di mana apabila alpha bernilai positif berarti menunjukkan kinerja portofolio yang lebih tinggi daripada kinerja pasar. Berdasarkan hasil perhitungan, diperoleh informasi bahwa seluruh portofolio saham memiliki indeks positif, kondisi ini secara ringkas memberi dua hal yang perlu dicermati secara hati-hati, yaitu i) bahwa tingkat pengembalian portofolio selama periode penelitian memang *superior* terhadap resiko sistematisnya atau ii) karena relativitas *return* portofolio terhadap tingkat suku bunga adalah negatif, sehingga mengacu pada rumusnya diperoleh hasil yang positif. Faktanya, berdasarkan hasil empiris yang terjadi adalah kondisi b. Mengacu kepada Indeks-Sharpe, secara umum premi resiko dari seluruh portfolio masih tinggi selama periode penelitian. Hal ini ditunjukkan dengan indeks yang negatif pada seluruh portofolio selama periode penelitian. Dengan kata lain, *return* portofolio masih lebih rendah dibanding tingkat pengembalian rata-rata aset bebas risiko.

SIMPULAN DAN SARAN

Simpulan

Penelitian ini bertujuan untuk merekapitulasi hasil periode tunggal Markowitz dan Sharpe dalam kerangka kerja utilitas iso-elastik dan menghasikkan solusi terhadap permasalahan optimisasi non-kendala serta menjelaskan matematika batasan efisien (EF) dan portofolio efisien yang dihasilkan pada saham LQ-45. Hasil empiris memberikan beragam pola perihal alokasi aset dari saham pembentuk portfolio (3 dan 4 saham) dan secara umum mengklarifikasi bahwa risiko portofolio yang terbentuk memang lebih rendah dibanding risiko saham individual. Berdasarkan hasil evaluasi kinerja portofolio saham yang terbentuk, dapat disimpulkan bahwa secara umum memang belum memberikan gambaran logis yang konkret untuk diaplikasikan secara riil, sehingga simplifikasi yang muncul adalah model EF utilitas iso-elastik hanya untuk memberikan perspektif alokasi aset terbaik terhadap saham yang dijadikan pembentuk portofolio dan beberapa informasi lainnya seperti ekspektasi *return* dan risiko portofolio, batas maksimum risiko portofolio, serta kisaran volatilitas portofolio dalam kerangka kerja yang normatif.

Saran

Adapun keterbatasan penelitian adalah periode penelitian yang pendek (hanya tahun 2007) dan sampel saham yang terbatas hanya pada LQ45. Oleh karena itu, pada penelitian selanjutnya diharapkan dilakukan komparasi konsep EF lainnya (misalnya dengan model lognormal *random-walk* atau model kontinuitas *portfolio rebalancing*) baik dalam kerangka kerja solusi berkendala atau non-kendala dengan periode dan sampel penelitian yang lebih memadai dan aplikatif.

DAFTAR PUSTAKA

Fahmiari, Irmaduta dan Budi Santosa, 2012, *Aplikasi Algoritma Differential Evolution Untuk Permasalahan Kompleks Pemilihan Portofolio*, Kertas Kerja, ITS Surabaya.

Fauziah, Lilik dan Retno Subekti, 2012, "Pembentukan Portofolio Optimal Menggunakan Metode Minimax. Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika", *Prosiding*, ISBN: 978-979-16353-8-7

Febrian, Rima, 2009, Eksekusi Optimal Transaksi Portofolio Dengan Model Biaya Linear. Kertas Kerja, IPB.

Markowitz, Harry M., 2006, *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, second edition, Blackwell.

Mulyadi, Ende Budi, 2011, *Optimasi Alokasi Portofolio Saham pada Pasar Modal Indonesia Menggunakan Algoritma Genetik*, Kertas Kerja, IPB.

Sharpe, William F., 2004, *Portfolio Theory and Capital Markets*, McGraw-Hill.

Taufiq N., Wawan. dan Silvia Rostianingsih, 2005, "Penggunaan Algoritma Genetika Untuk Pemilihan Portofolio Saham Dalam Model Markowitz", *Jurnal Informatika*, 6(2):105-109.

Tabel 1
Deskripsi Statistik

Saham	Min	Max	ER_i	σ_i	Saham	Min	Max	ER_i	σ_i
ILQ45	-7.00%	7.51%	0.19%	1.69%	INDF	-8.04%	10.63%	0.30%	2.73%
AALI	-8.28%	10.76%	0.38%	2.77%	INKP	-12.00%	24.55%	0.01%	3.00%
ADMG	-12.50%	13.95%	-0.03%	2.98%	ISAT	-8.08%	13.64%	0.22%	2.65%
ANTM	-80.00%	16.80%	0.17%	6.32%	KIJA	-13.51%	15.13%	0.27%	4.11%
ASII	-5.69%	10.36%	0.27%	2.52%	KLBF	-6.67%	7.09%	0.02%	1.78%
ASGR	-17.11%	39.68%	0.45%	6.09%	LSIP	-9.82%	10.74%	0.23%	2.19%
BBCA	-6.72%	5.45%	0.16%	2.01%	MEDC	-9.46%	12.75%	0.23%	3.11%
BDMN	-8.84%	11.72%	0.15%	2.70%	PNBN	-10.00%	11.11%	0.11%	2.69%
BLTA	-14.47%	11.68%	0.21%	2.85%	PNLF	-11.58%	11.31%	0.16%	2.85%
BHIT	-13.13%	29.41%	0.35%	3.69%	PTBA	-9.62%	16.22%	0.58%	3.48%
BMTR	-80.19%	13.33%	-0.12%	5.92%	SMCB	-10.11%	18.40%	0.44%	3.40%
BNBR	-10.20%	12.24%	0.34%	3.33%	SULI	-12.59%	16.13%	0.26%	3.72%
BNGA	-11.54%	12.66%	0.02%	2.74%	TINS	-15.60%	27.12%	0.95%	4.69%
BNII	-10.78%	11.11%	0.14%	2.89%	TKIM	-13.49%	27.61%	-0.19%	3.34%
BRPT	-30.57%	27.00%	0.88%	6.41%	TLKM	-6.45%	6.60%	0.05%	2.01%
BUMI	-9.71%	15.84%	0.84%	3.53%	TSPC	-10.84%	9.09%	-0.03%	2.26%
CMNP	-10.99%	20.55%	0.30%	3.87%	UNSP	-10.49%	10.53%	0.37%	3.11%
CTRA	-16.22%	15.00%	0.11%	3.30%	UNTR	-7.95%	7.84%	0.23%	2.45%
ELTY	-13.75%	15.94%	0.60%	4.18%					

Tabel 2
Batasan Efisien Portofolio 3 Saham
Panel A. Simulasi Pembentukan Portfolio 3 Saham Basis Standar Deviasi Terendah

Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi	Saham .	Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi	Saham
KLBF	0.02%	1.78%	0.31	Assets 1/2	PNBN	0.11%	2.69%	0.51	Assets 1/2
TLKM	0.05%	2.01%	0.47	Assets 1/3	BDMN	0.15%	2.70%	0.44	Assets 1/3
BBCA	0.16%	2.01%	0.55	Assets 2/3	INDF	0.30%	2.73%	0.41	Assets 2/3
TLKM	0.05%	2.01%	0.47	Assets 1/2	BDMN	0.15%	2.70%	0.41	Assets 1/2
BBCA	0.16%	2.01%	0.29	Assets 1/3	INDF	0.30%	2.73%	0.50	Assets 1/3
LSIP	0.23%	2.19%	0.23	Assets 2/3	BNGA	0.02%	2.74%	0.42	Assets 2/3
BBCA	0.16%	2.01%	0.23	Assets 1/2	INDF	0.30%	2.73%	0.42	Assets 1/2
LSIP	0.23%	2.19%	0.41	Assets 1/3	BNGA	0.02%	2.74%	0.39	Assets 1/3
TSPC	-0.03%	2.26%	0.29	Assets 2/3	AALI	0.38%	2.77%	0.39	Assets 2/3
LSIP	0.23%	2.19%	0.29	Assets 1/2	BNGA	0.02%	2.74%	0.39	Assets 1/2
TSPC	-0.03%	2.26%	0.24	Assets 1/3	AALI	0.38%	2.77%	0.44	Assets 1/3
UNTR	0.23%	2.45%	0.39	Assets 2/3	PNLF	0.16%	2.85%	0.33	Assets 2/3
TSPC	-0.03%	2.26%	0.39	Assets 1/2	AALI	0.38%	2.77%	0.33	Assets 1/2
UNTR	0.23%	2.45%	0.35	Assets 1/3	PNLF	0.16%	2.85%	0.38	Assets 1/3
ASII	0.27%	2.52%	0.38	Assets 2/3	BLTA	0.21%	2.85%	0.42	Assets 2/3
UNTR	0.23%	2.45%	0.43	Assets 1/2	PNLF	0.16%	2.85%	0.42	Assets 1/2

Tabel 2
(Lanjutan)

Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham	.	Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham	
ASII	0.27%	2.52%	0.26	Assets 1/2	BLTA	0.21%	2.85%	0.43	Assets 1/2
ISAT	0.22%	2.65%	0.45	Assets 1/3	BNII	0.14%	2.89%	0.31	Assets 1/3
PNBN	0.11%	2.69%	0.42	Assets 2/3	ADMG	-0.03%	2.98%	0.34	Assets 2/3
ISAT	0.22%	2.65%	0.42	Assets 1/2					
PNBN	0.11%	2.69%	0.35	Assets 1/3					
BDMN	0.15%	2.70%	0.51	Assets 2/3					

Panel B. Alokasi Dana dan Kinerja Portfolio 3-Saham Basis EF

PORTFOLIO	Alokasi Dana			Indikator Portfolio			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	ER_P	σ_P	σ max	σ range
KLBF-TLKM-BBCA	50.65%	32.81%	16.54%	0.05%	1.50%	2.01%	0.51%
TLKM-BBCA-LSIP	31.43%	35.25%	33.31%	0.15%	1.54%	2.19%	0.66%
BBCA-LSIP-TSPC	41.21%	35.53%	23.26%	0.14%	1.57%	2.26%	0.69%
LSIP-TSPC-UNTR	41.66%	32.26%	26.07%	0.14%	1.67%	2.45%	0.78%
TSPC-UNTR-ASII	42.07%	29.31%	28.62%	0.13%	1.83%	2.52%	0.69%
UNTR-ASII-ISAT	34.22%	32.45%	33.33%	0.24%	1.88%	2.65%	0.77%
ASII-ISAT-PNBN	41.65%	36.60%	21.75%	0.22%	1.99%	2.69%	0.71%
ISAT-PNBN-BDMN	39.20%	27.79%	33.01%	0.17%	2.10%	0.43%	7.00%
PNBN-BDMN-INDF	31.46%	33.34%	35.20%	0.19%	2.16%	0.65%	7.00%
BDMN-INDF-BNGA	33.89%	35.93%	30.18%	0.17%	2.16%	2.74%	0.58%
INDF-BNGA-AALI	33.42%	32.74%	33.84%	0.24%	2.13%	2.77%	0.64%
BNGA-AALI-PNLF	32.31%	36.87%	30.83%	0.20%	2.14%	2.85%	0.71%
AALI-PNLF-BLTA	38.09%	32.36%	29.54%	0.26%	2.15%	2.85%	0.70%
PNLF-BLTA-BNII	35.59%	31.09%	33.31%	0.17%	2.22%	2.89%	0.66%
BLTA-BNII-ADMG	35.02%	31.13%	33.85%	0.11%	2.20%	2.98%	0.78%

Tabel 3
Batasan Efisien Portfolio 4 Saham
Panel A. Simulasi Pembentukan Portfolio 4 Saham Basis Popularitas Saham

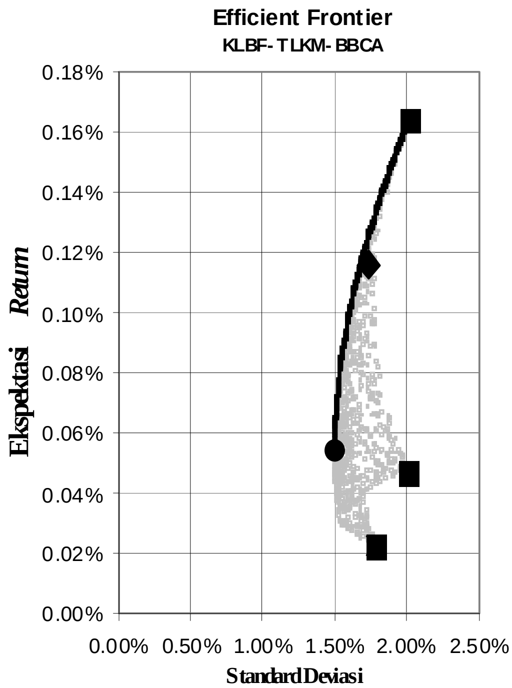
Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham		Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham	
KLBF	0.02%	1.78%	0.35	Assets 1/2	**MEDC**	0.22%	3.11%	0.44	Assets 1/2
TLKM	0.05%	2.01%	0.47	Assets 1/3	**UNSP**	0.37%	3.11%	0.39	Assets 1/3
BBCA	0.16%	2.01%	0.29	Assets 1/4	**BUMI**	0.84%	3.53%	0.28	Assets 1/4
LSIP	0.23%	2.19%	0.55	Assets 2/3	**CMNP**	0.30%	3.87%	0.48	Assets 2/3
		0.29	Assets 2/4					0.28	Assets 2/4
		0.23	Assets 3/4					0.23	Assets 3/4

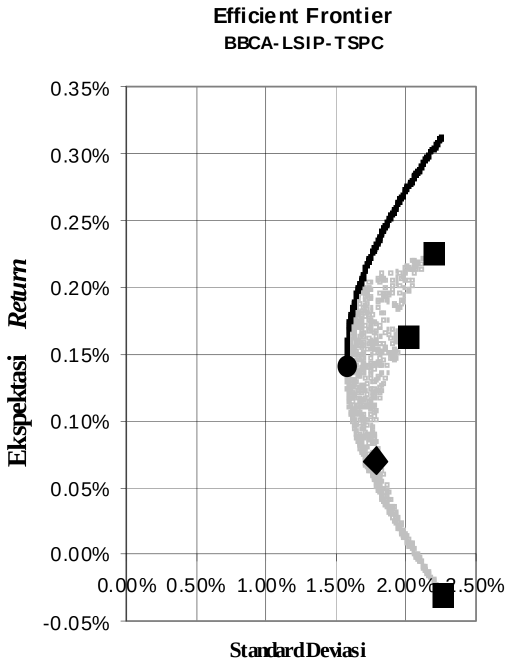
Tabel 3
(Lanjutan)

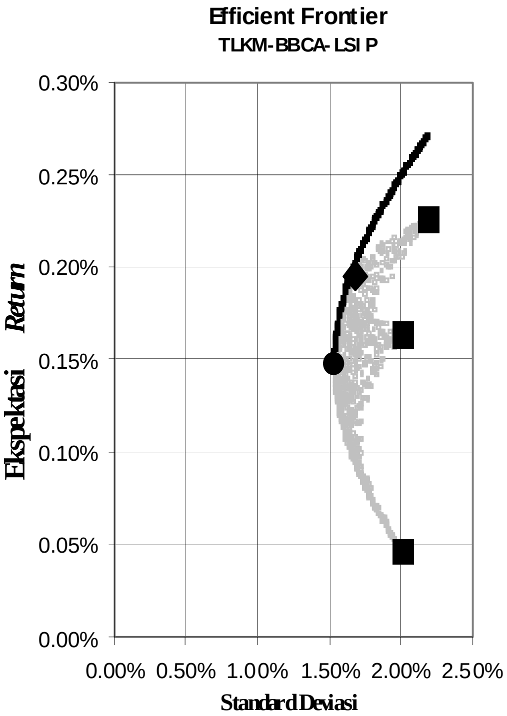
Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham	Saham	E(Ri)	stdev	Korelasi Saham
TLKM	0.05%	2.01%	0.29 Assets 1/2	**TLKM**	0.05%	2.01%	0.48 Assets 1/2
LSIP	0.23%	2.19%	0.42 Assets 1/3	**ISAT**	0.22%	2.65%	0.39 Assets 1/3
ASII	0.27%	2.52%	0.48 Assets 1/4	**MEDC**	0.22%	3.11%	0.19 Assets 1/4
ISAT	0.22%	2.65%	0.23 Assets 2/3	**ANTM**	0.17%	6.32%	0.31 Assets 2/3
			0.21 Assets 2/4				0.16 Assets 2/4
			0.26 Assets 3/4				0.36 Assets 3/4
TLKM	0.05%	2.01%	0.48 Assets 1/2	**ASII**	0.27%	2.52%	0.26 Assets 1/2
ISAT	0.22%	2.65%	0.47 Assets 1/3	**ISAT**	0.22%	2.65%	0.15 Assets 1/3
BDMN	0.15%	2.70%	0.45 Assets 1/4	**ASGR**	0.45%	6.09%	0.28 Assets 1/4
AALI	0.38%	2.77%	0.35 Assets 2/3	**ANTM**	0.17%	6.32%	0.14 Assets 2/3
			0.30 Assets 2/4				0.16 Assets 2/4
			0.33 Assets 3/4				0.17 Assets 3/4
TLKM	0.05%	2.01%	0.48 Assets 1/2	**BBCA**	0.16%	2.01%	0.30 Assets 1/2
ISAT	0.22%	2.65%	0.39 Assets 1/3	**BUMI**	0.84%	3.53%	0.25 Assets 1/3
MEDC	0.22%	3.11%	0.31 Assets 1/4	**ANTM**	0.17%	6.32%	0.15 Assets 1/4
BUMI	0.84%	3.53%	0.31 Assets 2/3	**BRPT**	0.88%	6.41%	0.28 Assets 2/3
			0.20 Assets 2/4				0.16 Assets 2/4
			0.39 Assets 3/4				0.12 Assets 3/4
ASII	0.27%	2.52%	0.26 Assets 1/2	**TLKM**	0.05%	2.01%	0.42 Assets 1/2
ISAT	0.22%	2.65%	0.40 Assets 1/3	**ASII**	0.27%	2.52%	0.48 Assets 1/3
MEDC	0.22%	3.11%	0.34 Assets 1/4	**ISAT**	0.22%	2.65%	0.19 Assets 1/4
UNSP	0.37%	3.11%	0.31 Assets 2/3	**ANTM**	0.17%	6.32%	0.26 Assets 2/3
			0.25 Assets 2/4				0.28 Assets 2/4
			0.44 Assets 3/4				0.16 Assets 3/4
ISAT	0.22%	2.65%	0.31 Assets 1/2	**MEDC**	0.22%	3.11%	0.44 Assets 1/2
MEDC	0.22%	3.11%	0.22 Assets 1/3	**UNSP**	0.37%	3.11%	0.31 Assets 1/3
SMCB	0.44%	3.40%	0.20 Assets 1/4	**CTRA**	0.11%	3.30%	0.15 Assets 1/4
BUMI	0.84%	3.53%	0.28 Assets 2/3	**ASGR**	0.45%	6.09%	0.34 Assets 2/3
			0.39 Assets 2/4				0.18 Assets 2/4
			0.35 Assets 3/4				0.18 Assets 3/4

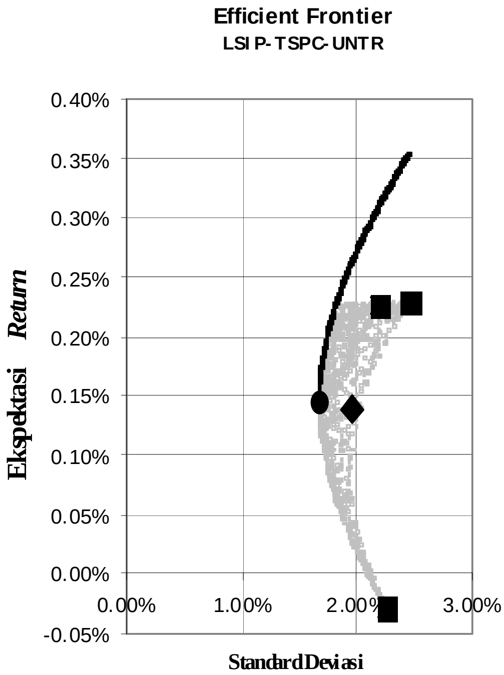
Panel B. Alokasi Dana dan Kinerja Portfolio 3-Saham Basis EF

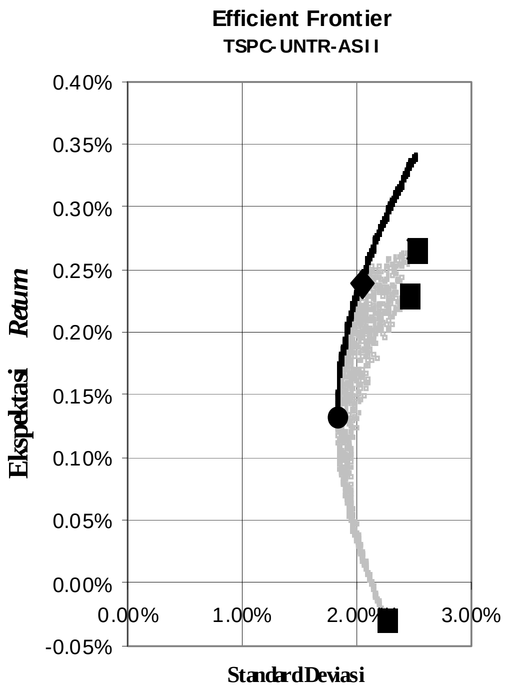
PORTFOLIO	Alokasi Dana				Indikator Portfolio			
	Asset 1	Asset 2	Asset 3	Asset 4	ER_p	σ_p	σ max	σ range
KLBF-TLKM-BBCA-LSIP	31.46%	24.94%	21.98%	21.62%	0.10%	1.39%	2.19%	0.80%
TLKM-LSIP-ASII-ISAT	40.51%	35.88%	9.06%	14.55%	0.16%	1.63%	2.65%	1.02%
TLKM-ISAT-BDMN-AALI	52.59%	16.12%	14.30%	16.99%	0.15%	1.82%	2.77%	0.94%
TLKM-ISAT-MEDC-BUMI	59.41%	19.95%	10.34%	10.30%	0.18%	1.84%	3.53%	1.69%
ASII-ISAT-MEDC-UNSP	38.40%	35.98%	8.73%	16.89%	0.26%	1.95%	3.11%	1.16%
ISAT-MEDC-SMCB-BUMI	38.40%	35.98%	8.73%	16.89%	0.26%	1.95%	3.11%	1.16%
MEDC-UNSP-BUMI-CMNP	26.61%	31.55%	22.72%	19.12%	0.42%	2.35%	3.87%	1.52%
TLKM-ISAT-MEDC-ANTM	60.37%	22.80%	16.23%	0.59%	0.12%	1.85%	6.32%	4.47%
ASII-ISAT-ASGR-ANTM	51.67%	44.60%	2.36%	1.38%	0.25%	2.04%	6.32%	4.28%
BBCA-BUMI-ANTM-BRPT	80.70%	14.44%	1.16%	3.69%	0.29%	1.92%	6.41%	4.50%
TLKM-ASII-ISAT-ANTM	49.36%	28.72%	21.61%	0.31%	0.15%	1.78%	6.32%	4.54%
MEDC-UNSP-CTRA-ASGR	25.74%	35.08%	33.51%	5.68%	0.25%	2.28%	6.09%	3.80%

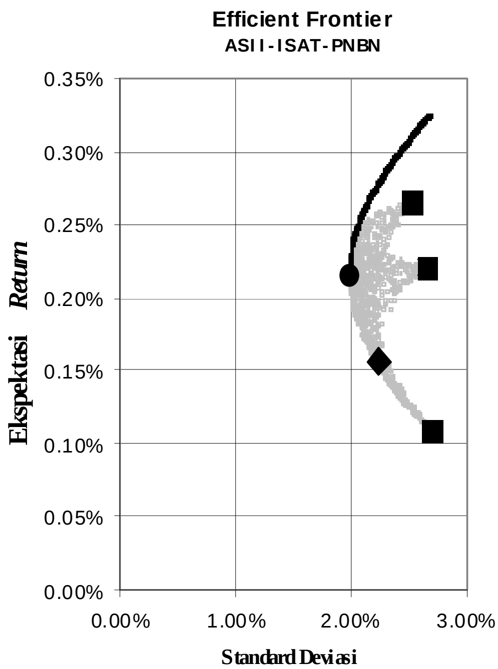


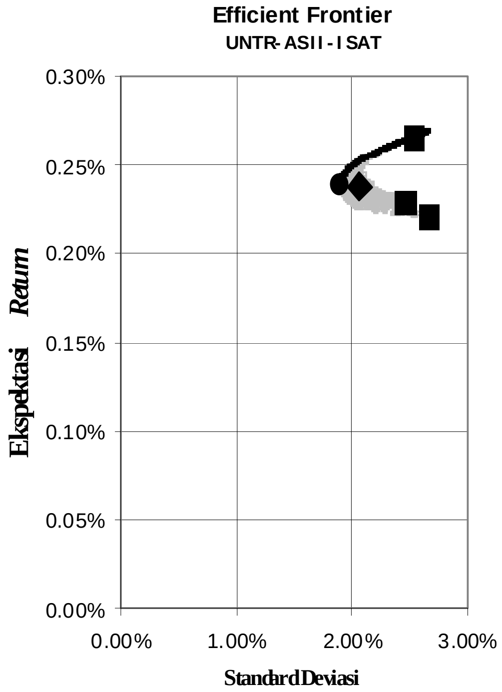


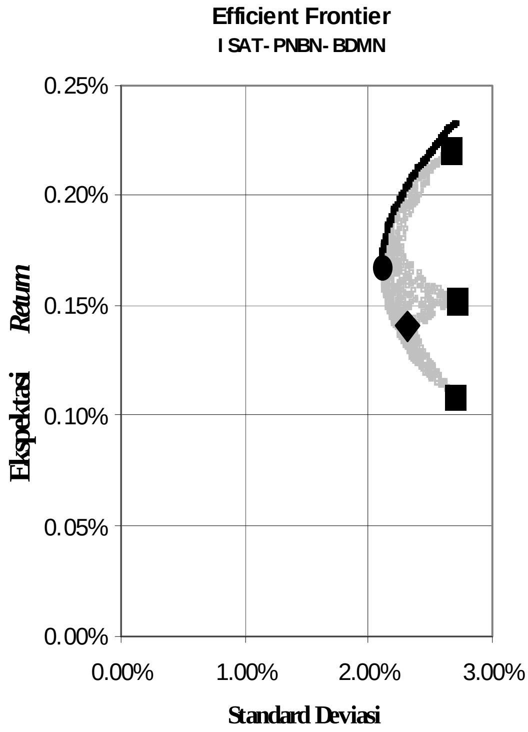

Efficient Frontier
TLKM-BBCA-LSIP
Ekspektasi Return
Standard Deviasi
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00% 0.50% 1.00% 1.50% 2.00% 2.50%

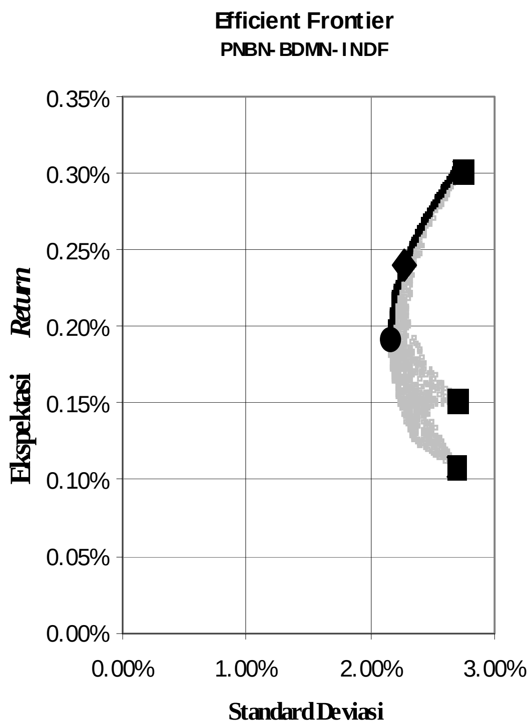

Efficient Frontier
LSIP-TSPC-UNTR
Ekspektasi Return
Standard Deviasi
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
-0.05%
0.00% 1.00% 2.00% 3.00%

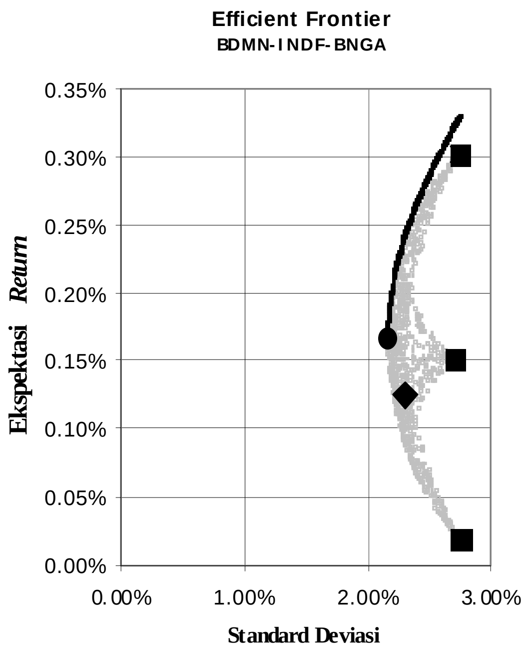

Efficient Frontier
TSPC-UNTR-ASII
Ekspektasi Return
Standard Deviasi
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
-0.05%
0.00% 1.00% 2.00% 3.00%

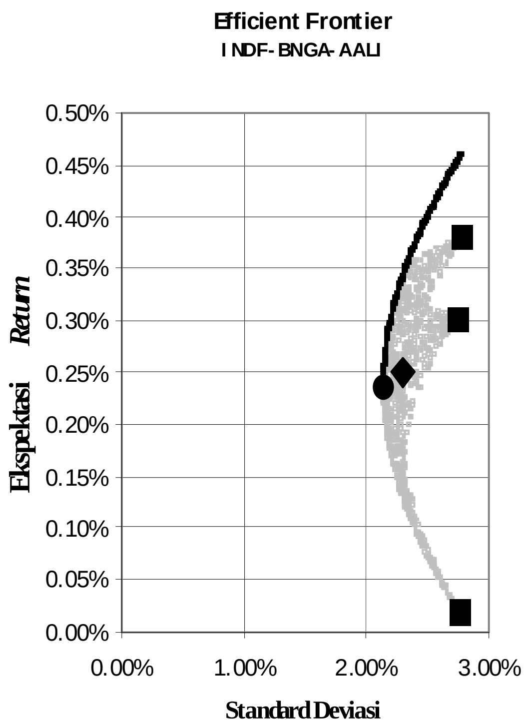

Efficient Frontier
ASII-ISAT-PNBN
Ekspektasi Return
Standard Deviasi
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00% 1.00% 2.00% 3.00%

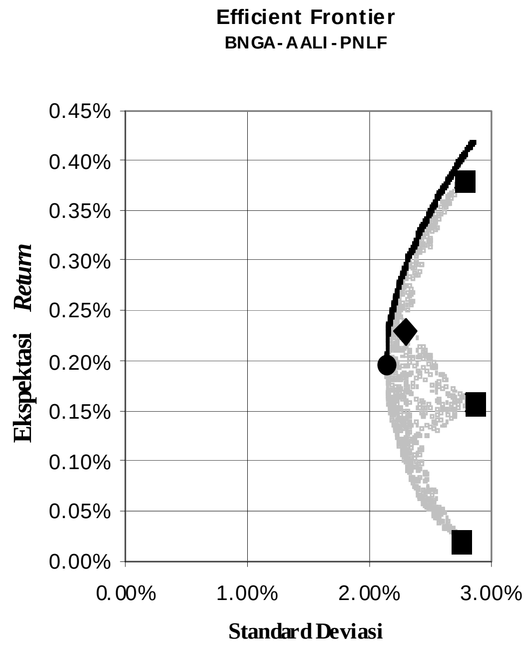

Efficient Frontier
UNTR-ASII-ISAT
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Ekspektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Standard Deviasi

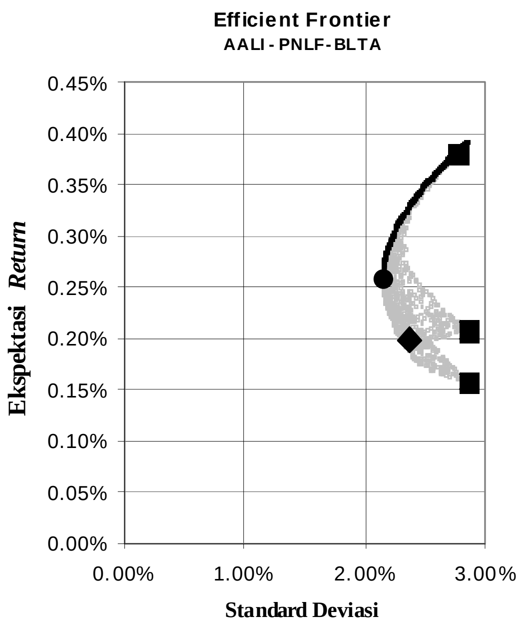

Efficient Frontier
ISAT-PNBN-BDMN
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Ekspektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Standard Deviasi

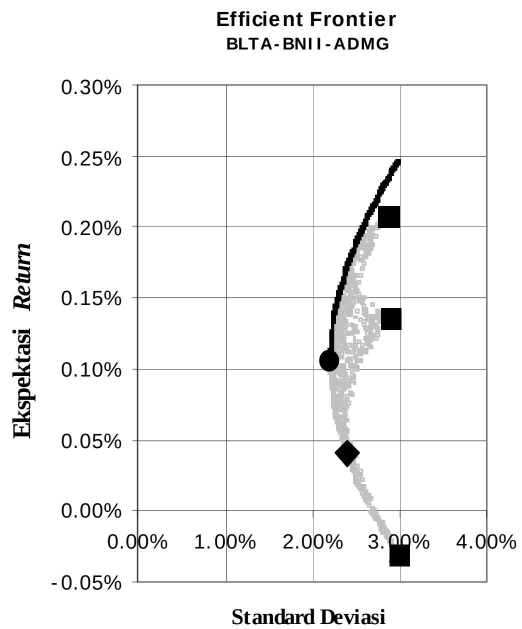

Efficient Frontier
PNBN-BDMN-INDF
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Ekspektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Standard Deviasi

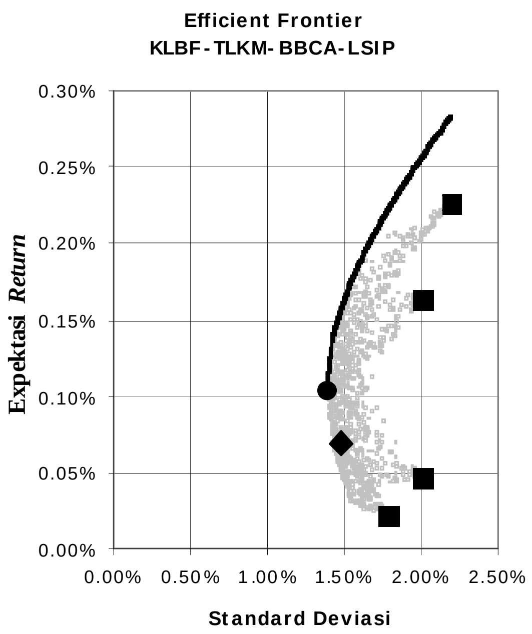

Efficient Frontier
BDMN-INDF-BNGA
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Ekspektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Standard Deviasi

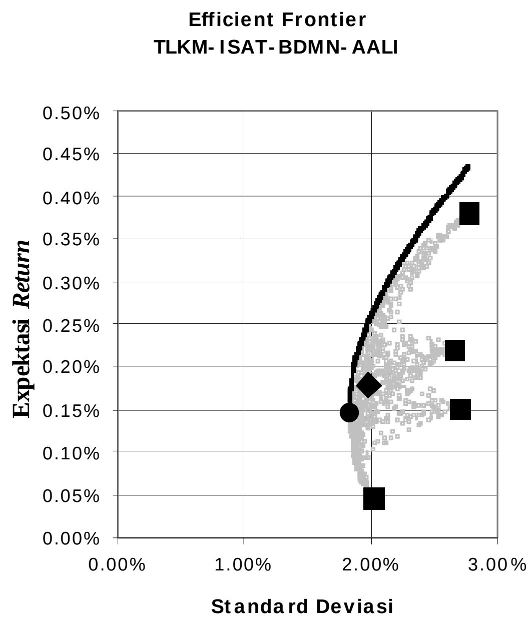

Efficient Frontier
INDF-BNGA-AALI
0.50%
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Ekspektasi Return
Standard Deviasi

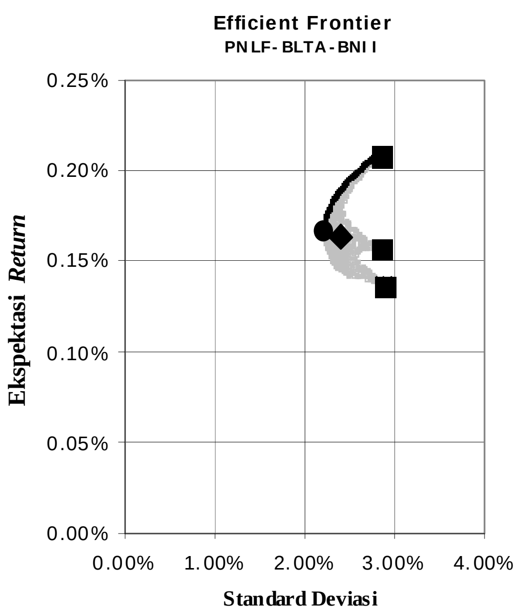

Efficient Frontier
BNGA-AALI-PNLF
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Ekspektasi Return
Standard Deviasi

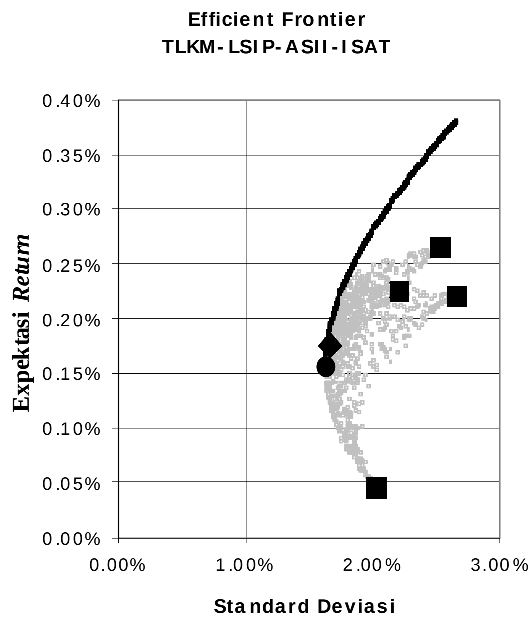

Efficient Frontier
AALI-PNLF-BLTA
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Ekspektasi Return
Standard Deviasi

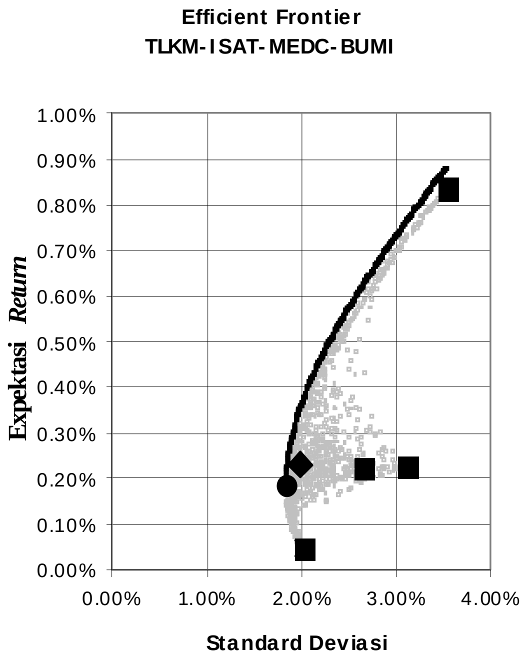

Efficient Frontier
BLTA-BNII-ADMG
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
-0.05%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
Ekspektasi Return
Standard Deviasi

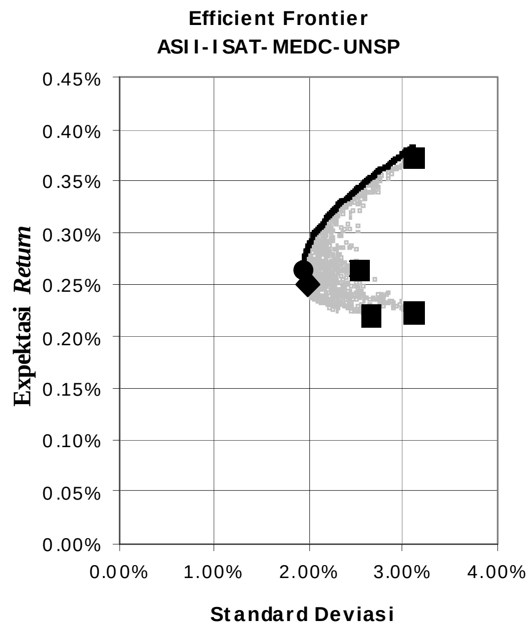

Efficient Frontier
KLBF-TLKM-BBCA-LSIP
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Expektasi Return
0.00%
0.50%
1.00%
1.50%
2.00%
2.50%
Standard Deviasi

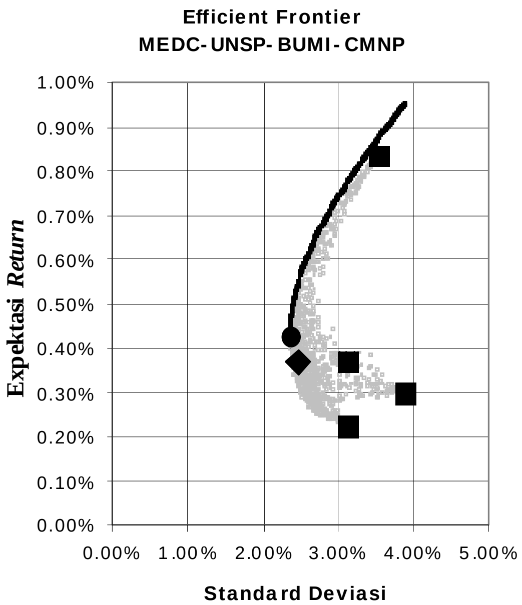

Efficient Frontier
TLKM-ISAT-BDMN-AALI
0.50%
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Expektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Standard Deviasi

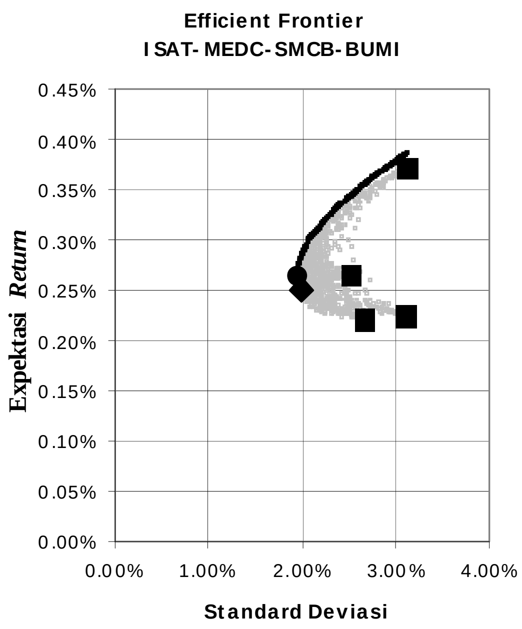

Efficient Frontier
PNLF-BLTA-BNII
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
Ekspektasi Return
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
Standard Deviasi

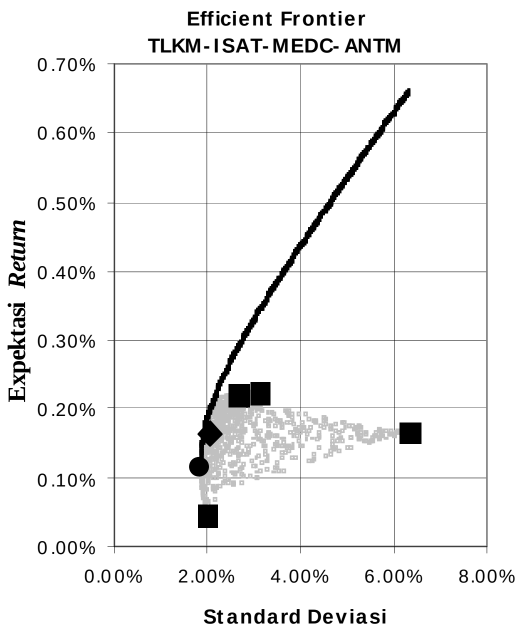

Efficient Frontier
TLKM-LSIP-ASII-ISAT
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
Expektasi Return
Standard Deviasi

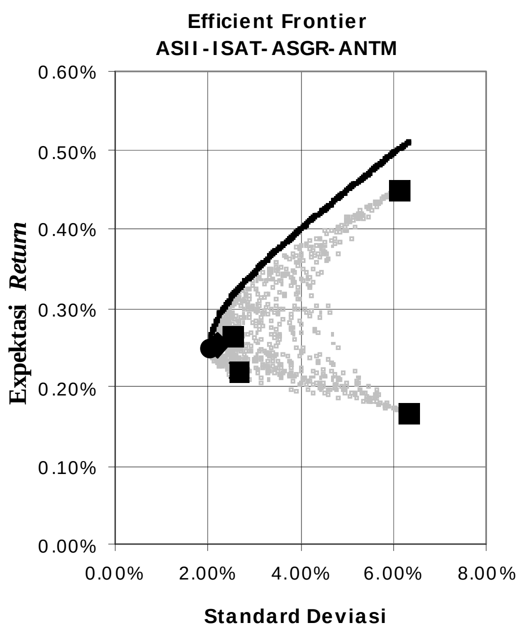

Efficient Frontier
TLKM-ISAT-MEDC-BUMI
1.00%
0.90%
0.80%
0.70%
0.60%
0.50%
0.40%
0.30%
0.20%
0.10%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
Expektasi Return
Standard Deviasi

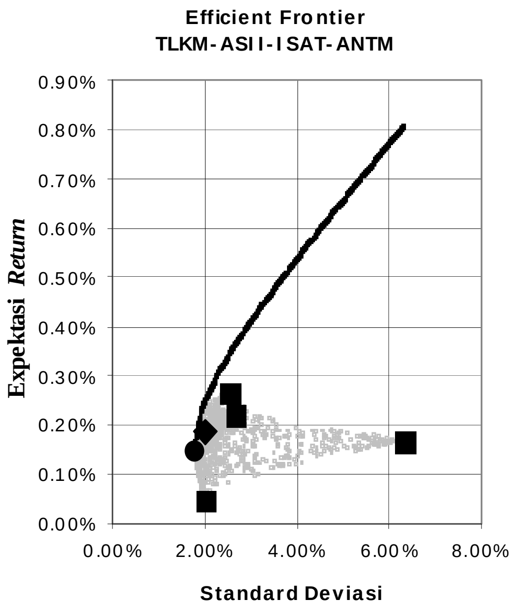

Efficient Frontier
ASII-ISAT-MEDC-UNSP
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
Expektasi Return
Standard Deviasi

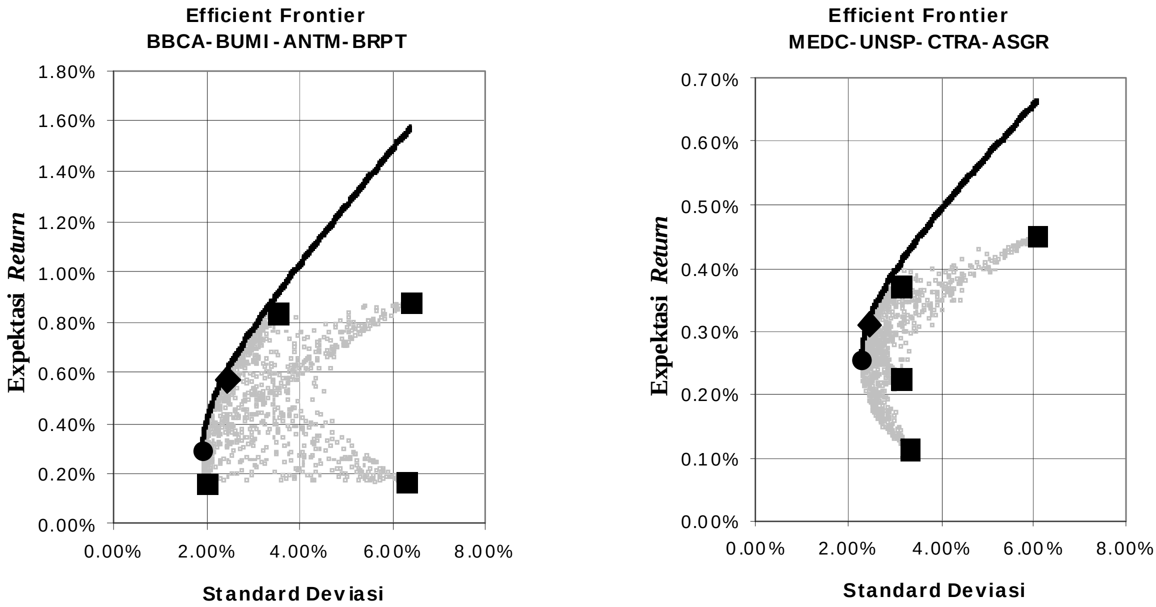

Efficient Frontier
MEDC-UNSP-BUMI-CMNP
1.00%
0.90%
0.80%
0.70%
0.60%
0.50%
0.40%
0.30%
0.20%
0.10%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%
5.00%
Expektasi Return
Standard Deviasi


Efficient Frontier
ISAT-MEDC-SMCB-BUMI
Expektasi Return
Standard Deviasi
0.45%
0.40%
0.35%
0.30%
0.25%
0.20%
0.15%
0.10%
0.05%
0.00%
0.00%
1.00%
2.00%
3.00%
4.00%


Efficient Frontier
TLKM-ISAT-MEDC-ANTM
Expektasi Return
Standard Deviasi
0.70%
0.60%
0.50%
0.40%
0.30%
0.20%
0.10%
0.00%
0.00%
2.00%
4.00%
6.00%
8.00%


Efficient Frontier
ASII-ISAT-ASGR-ANTM
Expektasi Return
Standard Deviasi
0.60%
0.50%
0.40%
0.30%
0.20%
0.10%
0.00%
0.00%
2.00%
4.00%
6.00%
8.00%


Efficient Frontier
TLKM-ASII-ISAT-ANTM
Expektasi Return
Standard Deviasi
0.90%
0.80%
0.70%
0.60%
0.50%
0.40%
0.30%
0.20%
0.10%
0.00%
0.00%
2.00%
4.00%
6.00%
8.00%



Gambar 1
EF Portofolio 4-Saham

Tabel 4
Hasil Penyesuaian Risiko Sistematis Saham Individual
Panel A. Rekapitulasi Hasil Penyesuaian Koefisien Beta Saham Individual

Periode	Data Awal			Transformasi Data			Trimming		
Koreksi	SW β	DIM β	FR β	SW β	DIM β	FR β	SW β	DIM β	FR β
1lag1lead	0.8913	0.8861	0.8615	0.4639	0.4432	0.2197	0.8914	0.8861	0.8562
1lag2lead	0.8418	0.8544	0.8487	0.4151	0.4342	0.2158	0.8418	0.8525	0.8427
1lag3lead	1.0436	0.8986	0.8620	0.6201	0.4152	0.2095	1.0437	0.8924	0.8547
1lag4lead	0.8733	0.8018	0.8084	0.4497	0.4316	0.2191	0.8733	0.8016	0.8044
1lag5lead	0.4346	0.5791	0.7365	0.0087	0.3739	0.1990	0.4347	0.5804	0.7330
2lag1lead	0.8668	0.8933	0.8644	0.5198	0.5080	0.2480	0.8716	0.8999	0.8617
2lag2lead	0.8173	0.8616	0.8516	0.4710	0.4991	0.2441	0.8220	0.8663	0.8482
2lag3lead	1.0191	0.9058	0.8649	0.6760	0.4801	0.2378	1.0239	0.9062	0.8602
2lag4lead	0.8488	0.8090	0.8113	0.5057	0.4964	0.2474	0.8535	0.8154	0.8099
2lag5lead	0.4101	0.5863	0.7394	0.0646	0.4388	0.2273	0.4149	0.5942	0.7385
3lag1lead	1.0791	1.0613	0.9149	0.4752	0.4825	0.2395	1.0684	1.0569	0.9089
3lag2lead	1.0296	1.0296	0.9022	0.4265	0.4736	0.2356	1.0189	1.0233	0.8954
3lag3lead	1.2314	1.0739	0.9155	0.6315	0.4545	0.2293	1.2207	1.0632	0.9074
3lag4lead	1.0611	0.9770	0.8618	0.4611	0.4709	0.2388	1.0504	0.9724	0.8571
3lag5lead	0.6224	0.7544	0.7900	0.0200	0.4133	0.2188	0.6118	0.7511	0.7857
4lag1lead	0.9278	1.0068	0.8847	0.4120	0.4029	0.1928	0.9093	0.9886	0.8711

Tabel 4
(Lanjutan)

Periode Koreksi	Data Awal			Transformasi Data			Trimming		
	SW β	DIM β	FR β	SW β	DIM β	FR β	SW β	DIM β	FR β
4lag2lead	0.8782	0.9751	0.8720	0.3632	0.3940	0.1889	0.8597	0.9550	0.8576
4lag3lead	1.0801	1.0194	0.8853	0.5682	0.3749	0.1826	1.0616	0.9949	0.8696
4lag4lead	0.9097	0.9225	0.8317	0.3979	0.3913	0.1922	0.8912	0.9040	0.8193
4lag5lead	0.4711	0.6999	0.7598	-0.0432	0.3336	0.1721	0.4526	0.6828	0.7479
5lag1lead	0.5390	0.8406	0.8311	0.3047	0.3532	0.1755	0.5202	0.8207	0.8169
5lag2lead	0.4894	0.8089	0.8183	0.2559	0.3443	0.1716	0.4707	0.7871	0.8034
5lag3lead	0.6913	0.8532	0.8316	0.4609	0.3253	0.1653	0.6725	0.8270	0.8154
5lag4lead	0.5209	0.7563	0.7780	0.2905	0.3416	0.1749	0.5022	0.7362	0.7651
5lag5lead	0.0823	0.5337	0.7061	-0.1505	0.2840	0.1548	0.0635	0.5150	0.6937

Panel B. Koefisien Saham Beta Disesuaikan
Fowler-Rorke 3 lag 1 lead

Saham	FR β	Saham	FR β
AALI	0.52	INDF	1.06
ADMG	1.29	INKP	1.35
ANTM	0.19	ISAT	0.88
ASII	0.40	KIJA	1.50
ASGR	0.70	KLBF	0.72
BBCA	0.40	LSIP	0.64
BDMN	1.18	MEDC	1.31
BLTA	1.29	PNBN	1.28
BHIT	1.12	PNLF	1.03
BNBR	1.47	PTBA	1.61
BNGA	1.27	SMCB	1.11
BNII	1.16	SULI	1.40
BUMI	1.29	TLKM	0.93
CMNP	1.12	UNSP	1.18
CTRA	1.30	UNTR	1.07
ELTY	1.65		

Tabel 5
Kinerja Portfolio

	Kinerja Portfolio 3 Saham		
PORTFOLIO	**Treynor**	**Jensen**	**Sharpe**
Panel A. Portfolio 3 Saham			
KLBF-TLKM-BBCA	-0.1244	0.0062	-6.1333
TLKM-BBCA-LSIP	-0.1407	0.0053	-5.9091
BBCA-LSIP-TSPC	-0.1534	0.0049	-5.8025
LSIP-TSPC-UNTR	-0.1107	0.0068	-5.4551
TSPC-UNTR-ASII	-0.1153	0.0065	-4.9836
UNTR-ASII-ISAT	-0.1146	0.0064	-4.7926
ASII-ISAT-PNBN	-0.1180	0.0063	-4.5377
ISAT-PNBN-BDMN	-0.0834	0.0090	-4.3238
PNBN-BDMN-INDF	-0.0774	0.0096	-4.1944
BDMN-INDF-BNGA	-0.0781	0.0096	-4.2037
INDF-BNGA-AALI	-0.0953	0.0077	-4.2300
BNGA-AALI-PNLF	-0.0985	0.0075	-4.2290
AALI-PNLF-BLTA	-0.0985	0.0074	-4.1814
PNLF-BLTA-BNII	-0.0785	0.0095	-4.0901
BLTA-BNII-ADMG	-0.0731	0.0104	-4.1545
Panel B. Portfolio 4 Saham			
KLBF-TLKM-BBCA-LSIP	-0.1219	0.0062	-6.5827
TLKM-LSIP-ASII-ISAT	-0.1038	0.0072	-5.5767
TLKM-ISAT-BDMN-AALI	-0.1123	0.0067	-5.0000
TLKM-ISAT-MEDC-BUMI	-0.1007	0.0074	-4.9293
ASII-ISAT-MEDC-UNSP	-0.1150	0.0064	-4.6103
ISAT-MEDC-SMCB-BUMI	-0.0801	0.0091	-4.6103
MEDC-UNSP-BUMI-CMNP	-0.0719	0.0098	-3.7574
TLKM-ISAT-MEDC-ANTM	-0.1053	0.0072	-4.9351
ASII-ISAT-ASGR-ANTM	-0.2248	0.0033	-4.4118
BBCA-BUMI-ANTM-BRPT	-0.1638	0.0044	-4.6667
TLKM-ASII-ISAT-ANTM	-0.1191	0.0063	-5.1124
MEDC-UNSP-CTRA-ASGR	-0.0734	0.0100	-3.9474

Tambahan. Metode Penyesuaian Koefisien Beta

Nilai beta pasar adalah rata-rata tertimbang pada nilai beta saham dalam pasar. Kalau nilai tersebut tidak bias maka nilai beta pasar akan sama dengan 1. Sebaliknya, dalam lingkungan perdagangan yang tidak sinkron dimana nilai beta individu adalah bias, nilai beta pasar tidak akan sama dengan 1. Oleh sebab itu ukuran bias pada nilai beta dapat dilakukan dengan menentukan apakah nilai beta pasar sama dengan 1 atau tidak. Nilai beta pasar adalah rata-rata tertimbang nilai beta seluruh saham. Kalau nilai beta pasar tidak sama dengan 1, maka perlu dilakukan penyesuaian terhadapnya.Nilai beta dalam penelitian ini diestimasi dengan menggunakan model market. Nilai beta dihitung sebagai berikut:

Rit = ái + âiRmt + åit

i = emiten i
t = hari ke-t sesuai dengan periode estimasi
Rit = *return* saham emiten i hari ke-t

αi = intersep regresi untuk tiap emiten i
βi = beta emiten i
Rmt = *return* market hari ke-t
Eit = residual regresi emiten i hari ke-t

Tingkat Keuntungan Pasar

Rm_1 = (IHSGt – IHSGt-i) / IHSGt-i
Rm = Return dari pasar
IHSGt = Indeks Harga Saham Gabungan periode t
IHSGt-1 = Indeks Harga Saham Gabungan periode t -1

Koreksi penyesuaian dapat dilakukan dengan beberapa metode: Scholes dan Williams, 1997; Dimson, 1979; serta Fowler dan Rorke, 1983.

Metode Scholes dan Williams

$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{-n} R_{mt-n} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{-n}$
.
.
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{-2} R_{mt-2} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{-2}$
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{-1} R_{mt-1} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{-1}$
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{-0} R_{mt-0} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{-0}$
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{+1} R_{mt+1} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{+1}$
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{+2} R_{mt+2} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{+2}$
.
.
$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{+n} R_{mt+n} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\hat{a}_i^{+n}$

$R_{it} = \alpha i + \rho_1 R_{mt-1} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\tilde{n}_1$
$R_{it} = \alpha i + \rho_2 R_{mt-2} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\tilde{n}_2$
.
.
.
$R_{it} = \alpha i + \rho_n R_{mt-n} + \varepsilon_{it}$ Untuk memperoleh $\tilde{n}_n$

Nilai beta koreksi untuk tiap saham berdasarkan model koreksi Scholes dan Williams yang mengikutsertakan n *lag* dan *lead*, dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$\beta_i = \frac{\beta_i^{-n} + \ldots + \beta_i^{0} + \ldots + \beta_i^{+n}\,.}{1 + 2\rho_1 + 2\rho_2 + \ldots + 2\rho_n}$$

Metode Dimson

Metode lain untuk mengkoreksi bias adalah metode Dimson. Metode ini merupakan simplifikasi metode Scholes dan Williams dengan hanya menggunakan satu persamaan multiregresi sehingga hanya digunakan sebuah pengoperasian regresi saja berapapun banyaknya periode *lag* dan *lead*. Berikut adalah rumus koreksi beta untuk saham i:

$$R_{it} = \alpha i + \beta_i^{-n} R_{mt-n} + \ldots + \beta_i^{0} R_{mt} + \ldots + \beta_i^{+n} R_{mt+n} + \varepsilon_{it}$$

Nilai beta koreksi adalah jumlah koefisien multiregresi, sehingga metode Dimson ini juga dikenal dengan istilah metode penjumlahan koefisien (*aggregate coefficient method*). Besarnya beta koreksi adalah sebagai berikut:

$$\beta_i = \beta_i^{-n} + \ldots + \beta_i^{0} + \ldots + \beta_i^{+n}$$

Metode Fowler-Rorke

Fowler dan Rorke (1983) berargumentasi bahwa metode Dimson hanya menjumlah koefisien regresi berganda tanpa memberi bobot akan tetap memberikan beta yang bias. Oleh karena itu Fowler dan Rorke mengalikan seluruh koefisien regresi yang dihasilkan dari metode Dimson dengan faktor pembobotan sebelum menambahkan koefisien regresi.

Faktor pembobotan untuk mengalikan periode koefisien regresi ke-n dihitung sebagai berikut:

$$\omega_1 = \frac{1 + 2r_1 + 2r_2 + \ldots + 2r_{n-1} + r_n}{1 + 2_{r1} + 2r_2 + \text{Ö} + 2r_n}$$

$$\omega_2 = \frac{1 + 2r_1 + 2r_2 + \text{Ö} + r_{n-1} + r_n}{1 + 2_{r1} + 2r_2 + \text{Ö} + 2r_n}$$

.
.
.

$$\omega_n = \frac{1 + 2r_1 + 2r_2 + \text{Ö} + r_{n-1} + r_n}{1 + 2_{r1} + 2r_2 + \text{Ö} + 2r_n}$$

Nilai r1, r_2, Ö, r_n dihasilkan dari persamaan regresi berikut:

$$R_{mt} = \alpha i + \rho_1 R_{mt-1} + \rho_2 R_{mt-2} + \ldots + \rho_n R_{mt-n} + \varepsilon_{it}$$

Dan nilai beta koreksi untuk emiten i adalah sebagai berikut:

$$\beta_i = \omega_n \beta_i^{-n} + \ldots + \omega_1 \beta_i^{-1} + \beta_i^{0}\ \omega_1\ \beta_i^{-1} + \ldots + \omega_n \beta_i^{+n}$$